

## 8 Reflexion und Brechung

### 8.1 Einführung in die optische Abbildung

- Beruht auf Näherung der Strahlenoptik!
- Optik ist altgriechisch für Sehen
- Sehevorgang des Menschen, sichtbares Licht
- Strahlenoptik: geradlinige Strahlausbreitung
- Abbildung ist gleich Strahlvereinigung

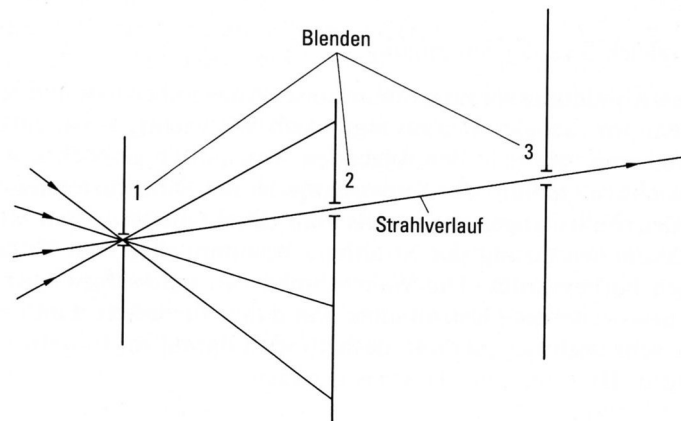


Abbildung 1: Überprüfung des geradlinigen Strahlenverlaufs mit Hilfe mehrerer Lochblenden in merklichen Abständen voneinander.

### 8.2 Erste Betrachtungen zur Beugung

$$\Delta \vec{E} + k_0^2 \vec{E} = 0 \quad + \text{Blende als Randbedingung}$$

Theorie von Kirchhoff, Sommerfeld und Rayleigh vernachlässigt die Polarisation des Feldes. Die ebene Welle (Modulation  $\vec{A}(x, y, z)$ ) wird durch die Blende nur wenig gestört:

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{A}(x, y, z) \cdot e^{-i \cdot k_0 \cdot z} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \ll k_0 \vec{A}$$

Vernachlässigt werden können die zweiten Ableitungen von  $\vec{A}$  nach  $z$ :

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} - 2i k_0 \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = 0$$

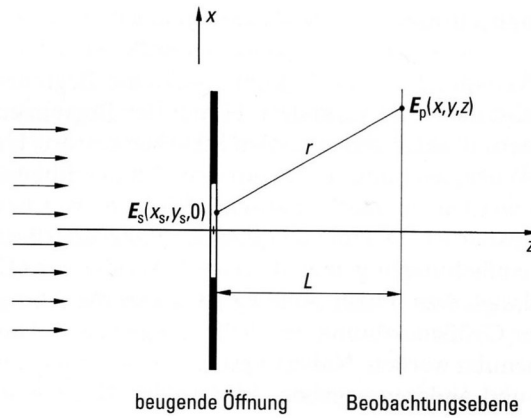


Abbildung 2: Die von links einfallende ebene Welle erzeugt in der Öffnung ein Feld  $\vec{E}_s(x_s, y_s, 0)$ , welches auf dem Beobachtungsschirm durch Beugung zu einer Feldverteilung  $\vec{E}_p(x, y, z)$  führt.

Mit der Einführung von zylindrischen Koordinaten folgt:

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial \phi^2} - 2ik_0 \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = 0$$

Betrachte nun den Aufbau in Abbildung 2. Eine ebene Welle falle auf eine runde Öffnung mit Radius  $d/2$ . Der Abstand des Feldes von der Öffnung sei  $L$  und Wellenlänge  $\lambda_0$ . Das Feld soll weiterhin nicht von der Winkelkoordinate  $\phi$  abhängen.

$$\frac{1}{F} \cdot \left( \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial (2r/d)^2} + \frac{d}{2r} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial (2r/d)} \right) - 4\pi i \frac{\partial \vec{A}}{\partial z/L} = 0 \quad \text{mit} \quad \underbrace{F = \frac{(d/2)^2}{\lambda_0 L}}_{\text{Fresnel-Zahl}}$$

$$F \leq 1 \quad \text{Beugung} \iff \text{Blende klein} \quad L \text{ groß} \quad \lambda \text{ groß}$$

$$F \gg 1 \quad \text{Strahlenoptik} \iff \text{Blende groß} \quad L \text{ klein} \quad \lambda \text{ klein}$$

Andererseits Schärfe des Bildes besser bei kleiner Blende.

### Kirchhoff

- $\vec{E}_s$  in der Blende ist das gleiche wie ohne Blende
- $\vec{E}$ -Feld in den Wänden der Blende ist Null
- Huygens: von jedem Punkt der Öffnung geht eine Kugelwelle aus, und das Feld  $\vec{E}_p$  auf dem Beobachtungsschirm ist eine Überlappung aller dieser Kugelwellen.

$$\vec{E}_p(x, y, z) = \frac{i}{\lambda_0} \int_{\text{Öffnung}} \vec{E}_s(x_s, y_s, 0) \frac{e^{-ik_0 r}}{r} dx_s dy_s$$

Dieser Ausdruck ist analytisch nicht lösbar!

Fresnel'sches Beugungsintegral:  $d \gg \lambda \quad x, y, z \gg d$

$$\vec{A}_p(x, y, z) = \frac{i}{2\lambda_0} \int_{\text{Öffnung}} \vec{A}_s(x_s, y_s) e^{-\frac{ik_0}{2z} [(x_s-x)^2 + (y_s-y)^2]} dx_s dy_s$$

$\vec{A}_s(x_s, y_s)$  ist die Feldamplitude der Blende und  $\vec{E}_p = \vec{A}_p \cdot e^{-2ik_0 z}$ .  
 Gauß'scher Strahl: (einfachste Lösung)

$$\vec{A}_s = \vec{A}_0 \cdot e^{-\frac{x_s^2 + y_s^2}{w_s^2}} \quad w_s = d$$

$$\vec{A}_p = \frac{\vec{A}_0}{1 - i \frac{z}{z_r}} \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{w^2} \cdot (1 + i \frac{z}{z_r})} \quad w_s = d$$

Strahlradius:  $w = w_s \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r}\right)^2}$

Rayleigh-Länge:  $z_r = \frac{\pi w_s^2}{\lambda_0}$

$$\implies F = \frac{w_s^2}{\lambda_0 z} = \frac{\pi z_r}{z}$$

Beugungswinkel bzw. Öffnungswinkel des Gauß'schen Strahls:  $\theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w}{z} = \frac{\lambda_0}{\pi w_s}$   
 Der Gauß'sche Strahl hat sich als eine sehr brauchbare Beschreibung für ein Strahlungsfeld erwiesen, denn:

- Er ist leicht durch einen Single Mode Laser zu realisieren
- Die gesamte Leistung  $P$  im Strahlungsfeld ergibt sich zu

$$P = \frac{1}{2Z} \int \vec{A}_p \vec{A}_p^* dA = \frac{1}{4Z} \pi w_s^2 |\vec{A}_0|^2$$

### 8.3 Lochkamera

Der Schattenwurf durch ein Hindernis ist zu verstehen als Überlagerung der Strahlenkegel, die von den verschiedenen Flächenelementen der Lichtquelle ausgehen. Wichtige Beispiele für den Schattenwurf sind Sonnen- und Mondfinsternis. Die Lochkamera ist im sichtbaren Spektralbereich als weitere Anwendung des Schattenwurfs aufzufassen. Der Strahlengang von einem ausgedehnten Objekt kann nur durch das Loch in die Lochkamera eindringen. Die Rückwand der Kamera dient als Projektionsschirm, auf dem ein Bild des Objekts aufgefangen werden kann.

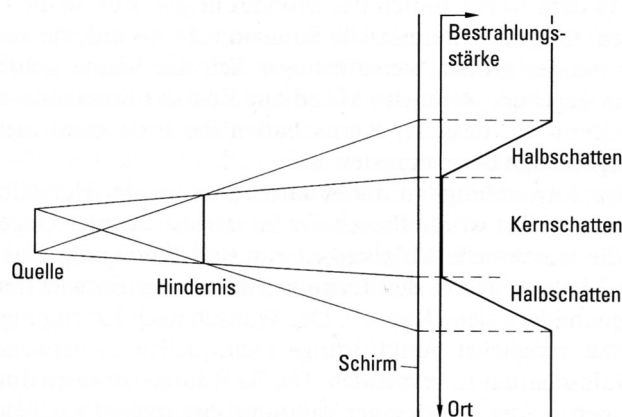


Abbildung 3: Schattenwurf durch ein ausgedehntes Hindernis auf einem Schirm bei ausgedehnter strahlender Quelle; rechts der Bestrahlungsstärkeverlauf als Funktion des Ortes für den eindimensionalen Fall.

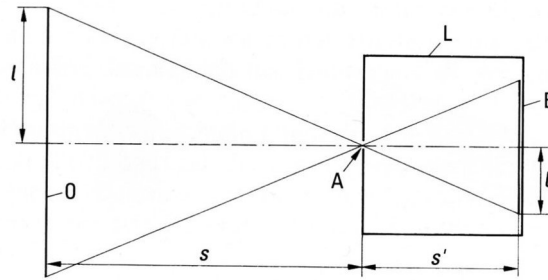


Abbildung 4: Bildentstehung in der Lochkamera.

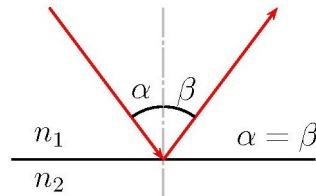


Abbildung 5: Das Reflexionsgesetz.

## 8.4 Reflexion

Treffen Strahlen auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien, so werden sie reflektiert (zumindest teilweise). Das Reflexionsgesetz besagt, dass ein unter dem Winkel  $\alpha$  gegenüber der Flächennormalen einfallender Strahl unter dem Winkel  $\beta = -\alpha$  reflektiert wird. Dabei liegen einfallender und reflektierter Strahl in einer Ebene. Bei rauen Oberflächen spricht man von diffuser Reflexion, es gibt viele Streuzentren. Diese Erkenntnis eignet sich, um die Rauigkeit eines Materials zu messen.

Genauer:

- Die Fresnelschen Formeln beschreiben den Reflexionsgrad und Transmissionsgrad von elektromagnetischen Wellen
- Wird bestimmt durch  $\varepsilon_r = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$
- Polarisationsabhängig
- Dipole in Oberfläche werden zu Schwingungen angeregt und reflektieren das Licht
- Wellenlängenabhängig
- Ellipsometrie untersucht Oberflächen, Adsorbatschichten, z.B. Dicke

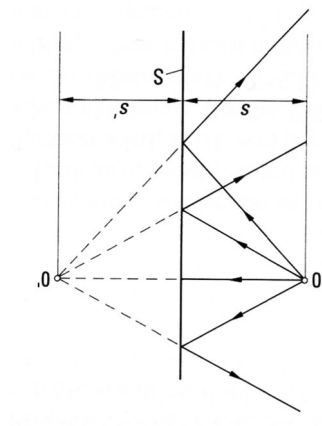


Abbildung 6: Spiegelung einer punktförmigen Lichtquelle an einem ebenen Spiegel.