

# 1 Einführung

Was soll eine **semantische Analyse** der natürlichen Sprache leisten?

- Erfassen der **Bedeutung** von sprachlichen Ausdrücken durch deren intuitiv angemessene und korrekte **Repräsentation**
- Erklärung von **Folgerungsbeziehungen** („Entailments“) und **Synonymien** zwischen Sätzen
- Aufklärung von **Ambiguitäten**, **Anomalien** und **Kontradiktionen**
- Spezifikation der **kombinatorischen Prinzipien**, mittels derer aus den Bedeutungen einfacher Ausdrücke die Bedeutungen komplexer Ausdrücke gebildet werden
- Explikation des systematischen Bezugs zwischen Ausdrücken und den Gegebenheiten in der Welt, darunter insbesondere der **Bedingungen**, unter denen Sätze **wahr** sind

Diesen Zielen widmet sich die **formale Semantik**, die aus der Tradition der sprachanalytischen Philosophie (Gottlob Frege, Bertrand Russell, Ludwig Wittgenstein, Rudolf Carnap) hervorgegangen ist.

Dabei werden die Begriffe und Methoden der **mathematischen Logik** für die semantische Analyse nutzbar gemacht.

## 1.1 Formale Semantik: Grundannahmen und Prinzipien

Die grundlegende Wende im Verhältnis der formalen Logik zur natürlichen Sprache wird mit den Untersuchungen von **Richard Montague** (1930-1971) vollzogen:

„There is in my opinion no important theoretical difference between natural languages and the artificial languages of logicians; indeed, I consider it possible to comprehend the syntax and semantics of both kinds of languages within a single natural and mathematically precise theory.“

*Universal Grammar* (1970)

In der **Montague-Semantik** – dem Prototyp einer formal-semantischen Theorie der natürlichen Sprache – wird ein abstrakter logischer Rahmen angenommen, in den sich sowohl natürliche als auch formale Sprachen einbetten lassen.

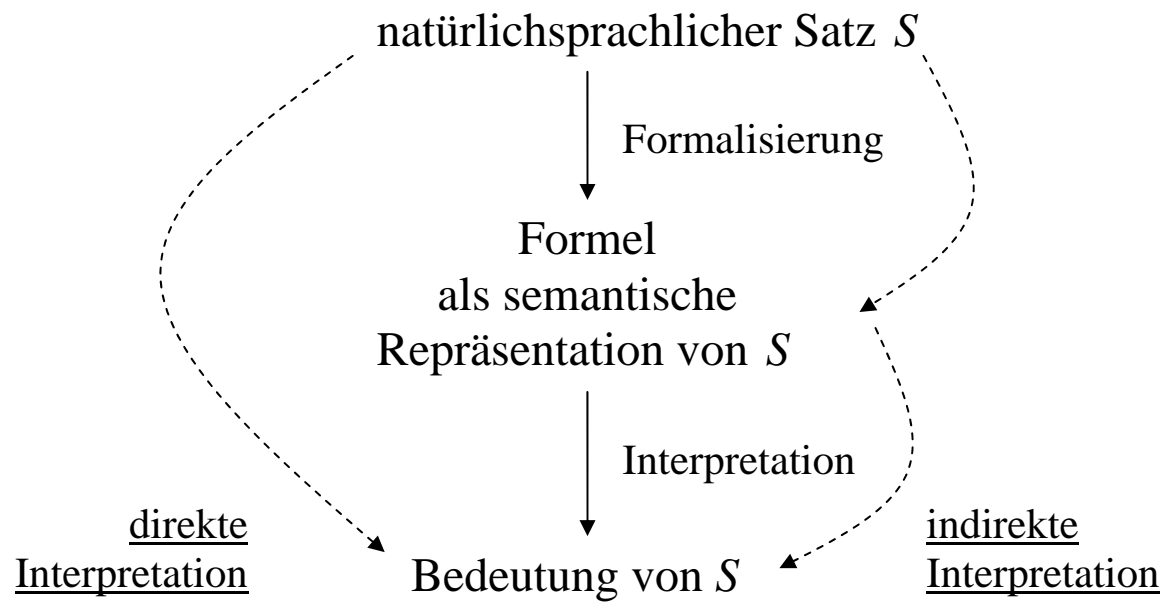
Nach Montague sind **zwei Herangehensweisen** bei der semantischen Analyse von natürlichsprachlichen Sätzen möglich:

- Methode der **indirekten Interpretation**

Die Sätze werden zunächst formalisiert, d.h. disambiguiert und in Formeln einer passenden Logiksprache übersetzt und dann in Gestalt dieser Formeln semantisch interpretiert.

- Methode der **direkten Interpretation**

Die Sätze werden unmittelbar auf eine Weise semantisch interpretiert, wie dies mit Formeln einer Logiksprache geschieht.



Die **wesentlichen Bestimmungen** der (klassischen) formalen Semantik sind:

- Wahrheitskonditionale Semantik
- Modelltheoretische Semantik
- Mögliche-Welten-Semantik

### 1.1.1 Wahrheitskonditionale Semantik

Die wahrheitskonditionale Semantik betrachtet die Bestimmung der Bedeutung von (Deklarativ-) Sätzen als grundlegend für die semantische Analyse.

Die Satzsemantik bildet daher den **Kern** der Semantik. Die Bedeutungen anderer Ausdrücke, insbesondere von lexikalischen Einheiten werden mit dem Beitrag erklärt, den sie zu Satzbedeutungen leisten.

Nach Gottlob Frege (*Begriffsschrift*, 1879, *Grundlagen der Arithmetik*, 1884, *Über Sinn und Bedeutung*, 1892, *Der Gedanke*, 1918) gründet sich der Begriff der Bedeutung eines Satzes auf den Begriff der **Wahrheit**.

Die Bedeutung eines Satzes wird mit seinen **Wahrheitsbedingungen**, d.h. den Bedingungen identifiziert, unter denen er wahr ist.

Ludwig Wittgenstein (*Tractatus logico-philosophicus*, 1922):

„Einen Satz verstehen, heißt, wissen, was der Fall ist, wenn er wahr ist. (Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.)“

Satzbedeutungen werden damit auf eine Relation zwischen dem jeweiligen Satz und einem Sachverhalt, d.h. einer Konfiguration von Objekten in der Welt zurückgeführt.

Wahr ist ein Satz allgemein dann, wenn der durch ihn beschriebene Sachverhalt tatsächlich existiert.

Es gibt potenziell unendlich viele nicht-synonyme wohlgeformte Sätze der natürlichen Sprache.

Deshalb erfordert die wahrheitskonditionale Semantik die rekursive Spezifizierung einer unendlichen Menge von Wahrheitsbedingungen.

Grundlage hierfür ist das **semantische Kompositionalitätsprinzip** (‚Frege-Prinzip‘).

☐ Was besagt das Kompositionalitätsprinzip der Bedeutung?

Folgende **Voraussetzungen** werden getroffen:

- Jeder **Grundaussdruck**, d.h. jede lexikalische Einheit einer Sprache besitzt eine bestimmte Bedeutung.
- Die **Regeln**, mit denen sich die Bedeutungen **komplexerer Ausdrücke** einer Sprache aus jenen einfacherer Ausdrücke errechnen lassen, operieren parallel zu den syntaktischen Regeln dieser Sprache.

Gemäß Kompositionalitätsprinzip gibt es eine **endliche Methode**, mit der für **jeden** syntaktisch wohlgeformten Ausdruck einer Sprache eine entsprechende **Bedeutung generiert** werden kann.

Insbesondere werden für **jeden** Satz die **Wahrheitsbedingungen** wie folgt bestimmt:

- Für einen beliebigen Satz  $S$  und eine beliebige Situation  $s$  gilt:

$S$  ist wahr in  $s$  genau dann, wenn  $p$ .

Dabei beschreibt  $p$  die Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit  $S$  in der Situation  $s$  wahr ist.

In Abhängigkeit von der syntaktischen Struktur der Sätze  $S$  werden diese Bedingungen  $p$  **unterschiedlich spezifiziert**.

## Beispiele:

Einfacher Satz: *Maria lacht.*

Der Satz *Maria lacht* ist wahr in  $s$  gdw *Maria* in  $s$  lacht  
(d.h. gdw das mit *Maria* bezeichnete Individuum in  $s$  das mit *lacht*  
bezeichnete Merkmal hat).

Komplexer Satz: *Maria lacht und Hans schläft.*

Der Satz *Maria lacht und Hans schläft* ist wahr in  $s$  gdw  
der Satz *Maria lacht* in  $s$  wahr und der Satz *Hans schläft* in  $s$  wahr ist.

## 1.1.2 Modelltheoretische Semantik

Die Bedeutungen von beliebigen einfachen und komplexen Ausdrücken einer Sprache werden mit Hilfe von **mengentheoretischen Modellen** spezifiziert.

Allgemein liefert ein **Modell**  $M$  eine vereinfachte Darstellung der Welt bzw. eines Ausschnitts der Welt, auf die sich mit der jeweiligen Sprache auf bestimmte Weise bezogen wird.

Zwei Bestandteile eines beliebigen Modells  $M$  sind:

- die Diskursdomäne (oder ein Universum)  $D$  von  $M$ , d.h. eine nicht-leere Menge von Entitäten (oder Individuen),
- eine Interpretationsfunktion  $I$  von  $M$ , die es erlaubt, beliebigen Ausdrücken der Sprache mit Bezug auf  $D$  passende mengentheoretische Objekte als semantische Werte zuzuweisen.

Auf diese Weise erhalten beliebige Ausdrücke der Sprache eine modelltheoretische Interpretation.

Semantische Werte einer extensionalen modelltheoretischen Interpretation sind unter anderem:

Individuenterme  $\mapsto$  Individuen  
(z.B. Eigennamen)

1-stellige Prädikate  $\mapsto$  Mengen von Individuen  
(z.B. intransitive Verben)

2-stellige Prädikate  $\mapsto$  Mengen von geordneten  
(z.B. transitive Verben) Paaren von Individuen

Sätze  $\mapsto$  Wahrheitswerte

Eine Theorie der Wahrheit (bzw. der Wahrheitsbedingungen), die mit modelltheoretischen Mitteln arbeitet, ist erstmals von Alfred Tarski (*Der Wahrheitsbegriff in den Formalisierten Sprachen*, 1935) formuliert worden.

### 1.1.3 Mögliche-Welten-Semantik

Wenn eine Sprecherin die Bedeutung eines Satzes  $S$  versteht, dann kann sie für eine **beliebige Situation**  $s$  (über die sie hinreichend informiert ist) angeben, ob  $S$  in  $s$  **wahr oder falsch** ist.

Solche Situationen werden auch als *mögliche Welten* bezeichnet. Nach Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) sind **mögliche Welten** rational denkbare Alternativen zur aktuellen, d.h. zur gegenwärtig bestehenden Welt.

Der Wahrheitswert eines beliebigen Satzes  $S$  ist damit stets auf eine mögliche Welt  $w$  relativiert. Man spricht vom **Wahrheitswert von  $S$  in  $w$** .

Für die Bestimmung der Wahrheitsbedingungen müssen also beliebige mögliche Welten berücksichtigt werden. In die modelltheoretische Betrachtung der Bedeutung werden deshalb **mögliche Welten** als **spezielle mengentheoretische Objekte** einbezogen.

Die Bedeutung eines Satzes  $S$  kann dann als eine **Funktion** angesehen werden, die  $S$  für jedes  $w$  seinen Wahrheitswert in  $w$  zuordnet.

Nach Rudolf Carnap (*Meaning and Necessity*, 1947) lassen sich die Bedeutungen von Ausdrücken allgemein mit **Intensionen**, d.h. **Funktionen von möglichen Welten in Extensionen** identifizieren.

Im Einzelnen heißt das:

- Die Intension eines Individuenterms – ein Individuenkonzept – ist eine Funktion von möglichen Welten in **Individuen**.
- Die Intension eines 1-stelligen Prädikats – eine Eigenschaft (oder ein 1-stelliges Attribut) – ist eine Funktion von möglichen Welten in **Mengen von Individuen**.
- Die Intension eines 2-stelligen Prädikats – ein 2-stelliges Attribut – ist eine Funktion von möglichen Welten in **Mengen von geordneten Paaren von Individuen**.
- Die Intension eines Satzes – eine Proposition – ist eine Funktion von möglichen Welten in **Wahrheitswerte**.

Die **Bedeutungen** von beliebigen einfachen und komplexen Ausdrücken einer Sprache sind dann genauer mit Hilfe von Modellen zu spezifizieren, in denen den Ausdrücken **Intensionen als semantische Werte** zugewiesen werden.

Semantische Werte einer intensionalen modelltheoretischen Interpretation sind entsprechend unter anderem:

Individuenterme  $\rightsquigarrow$  Individuenkonzepte  
(z.B. Eigennamen)

1-stellige Prädikate  $\rightsquigarrow$  Eigenschaften  
(z.B. intransitive Verben)

2-stellige Prädikate  $\rightsquigarrow$  2-stellige Attribute  
(z.B. transitive Verben)

Sätze  $\rightsquigarrow$  Propositionen

## 1.2 Prädikatenlogik der 1. Stufe (PL1)

### 1.2.1 PL1-Syntax

#### Vokabular

Individuenvariablen (IV):	$x, y, z, x_1, \dots$	} Individuenterme (IT)
Individuenkonstanten (IK):	$Hans', Leipzig', \dots$	
Prädikatskonstanten (PK):	$lachen', Frau', rot', lieben', auf', \dots$	
Identität:	$=$	
Konnektoren:	$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$	
Quantoren:	$\forall, \exists$	
Technische Hilfszeichen:	$(, ), [, ]$	

IV, IK und PK sind **nicht-logische Grundausdrücke** von PL1.

Konnektoren, Quantoren und  $=$  sind **logische Grundausdrücke** von PL1.

## Syntaktische Regeln

### D1.1 PL1-Formeln

- (1) Wenn  $\pi^n$  eine  $n$ -stellige PK ist und  $\tau_1, \dots, \tau_n$  IT sind, dann ist  $\pi^n(\tau_1, \dots, \tau_n)$  eine Formel.
- (2) Wenn  $\tau_1$  und  $\tau_2$  IT sind, dann ist  $(\tau_1 = \tau_2)$  eine Formel.
- (3) Wenn  $\phi$  eine Formel ist, dann ist  $\neg\phi$  eine Formel.
- (4) Wenn  $\phi$  und  $\psi$  Formeln sind, dann sind  $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$  und  $(\phi \leftrightarrow \psi)$  Formeln.
- (5) Wenn  $\phi$  eine Formel und  $\gamma$  eine IV ist, dann sind  $\forall\gamma[\phi]$  und  $\exists\gamma[\phi]$  Formeln.

Formeln nach (1) und (2) sind **atomare** PL1-Formeln.

Formeln nach (3)-(5) sind **komplexe** PL1-Formeln.

**D1.2** Der Skopus eines Vorkommens von  $\neg$ ,  $\forall\gamma$  oder  $\exists\gamma$  in einer Formel  $\phi$  ist die unmittelbar auf dieses Vorkommen folgende Formel  $\psi$ .

**D1.3** Ein Vorkommen einer Variablen  $\gamma$  in einer Formel  $\phi$  ist gebunden gdw  $\gamma$  in  $\phi$  Teil eines Quantors  $\forall\gamma$  oder  $\exists\gamma$  ist oder in  $\phi$  im Skopus eines Quantors  $\forall\gamma$  oder  $\exists\gamma$  steht. Ansonsten ist das Vorkommen von  $\gamma$  frei.

**D1.4** Eine Formel  $\phi$  ist geschlossen (eine Aussage) gdw  $\phi$  kein freies Vorkommen einer Variablen enthält. Ansonsten ist die Formel  $\phi$  offen (eine Aussageform).

## 1.2.2 PL1-Semantik

Die PL1-Semantik setzt sich aus **drei Komponenten** zusammen:

- Modelle
- Variablenbelegungen
- semantische Regeln

## Modell und Variablenbelegung

Modelle und Variablenbelegungen sind jene Komponenten der PL1-Semantik, die jeweils unterschiedlich gewählt werden können, d.h. sie sind variabel. Die semantischen Regeln bilden ihre konstante Komponente.

Ein PL1-Modell beinhaltet sowohl eine Modellstruktur, d.h. die Objekte, die für die semantische Bewertung einer PL1-Sprache gebraucht werden, als auch eine Interpretationsfunktion, durch die den Individuen- und Prädikatskonstanten dieser Sprache bestimmte Objekte als Denotationen, d.h. als semantische Werte zugeordnet werden.

**D1.5** Ein **Modell**  $M$  für eine PL1-Sprache  $L$  ist ein geordnetes Paar  $\langle D, I \rangle$ , wobei  $D$  die Diskursdomäne von  $M$  und  $I$  die Interpretationsfunktion von  $M$  ist, die folgende Zuordnungen von Denotationen vornimmt:

- (i) zu jeder IK  $\tau$   
ein **Element** von  $D$ , d.h.  $I(\tau) \in D$ ,
  
- (ii) zu jeder 1-stelligen PK  $\pi^1$   
eine **Teilmenge** von  $D$ , d.h.  $I(\pi^1) \subseteq D$   
(bzw. ein Element der Potenzmenge von  $D$ ,  
d.h.  $I(\pi^1) \in \mathcal{P}(D)$ ),
  
- (ii) zu jeder 2-stelligen PK  $\pi^2$   
eine **Teilmenge von geordneten Paaren** von  
Elementen von  $D$ , d.h.  $I(\pi^2) \subseteq D^2$   
(bzw. ein Element der Potenzmenge von  $D^2$ ,  
d.h.  $I(\pi^2) \in \mathcal{P}(D^2)$ ),

(iii) zu jeder  $n$ -stelligen PK  $\pi^n$

eine **Teilmenge von geordneten  $n$ -Tupeln** von Elementen von  $D$ , d.h.  $I(\pi^n) \subseteq D^n$

(bzw. ein Element der Potenzmenge von  $D^n$ ,  
d.h.  $I(\pi^n) \in \mathcal{P}(D^n)$ ).

Den Individuenvariablen einer PL1-Sprache werden durch eine Belegungsfunktion Individuen aus der zugrundeliegenden Diskursdomäne zugeordnet.

**D1.6** Eine Variablenbelegung  $g$  für eine PL1-Sprache  $L$  ist eine Funktion, die jeder IV  $\gamma$  von  $L$  ein Element von  $D$  als Denotation zuordnet.

## Semantische Regeln

Die semantischen Regeln dienen dazu, um ausgehend von den Denotationen der nicht-logischen Grundausdrücke die Wahrheitswerte von beliebigen Formeln einer PL1-Sprache kompositionell zu errechnen.

Dies geschieht nach Maßgabe der syntaktischen Struktur der jeweiligen Formeln.

Es gibt drei Typen von semantischen Regeln:

- Regeln zur Bestimmung der Denotationen von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl.  $M$  und  $g$
- Rekursive Regeln zur Bestimmung der Wahrheitswerte von Formeln bzgl.  $M$  und  $g$  (parallel zu den rekursiven syntaktischen Regeln, vgl. D 1.1)
- Regeln zur Bestimmung der Wahrheitswerte von Formeln bzgl.  $M$

## Notation:

$\llbracket \alpha \rrbracket^{M,g}$ : die Denotation von  $\alpha$  bzgl.  $M$  und  $g$

$\llbracket \alpha \rrbracket^M$ : die Denotation von  $\alpha$  bzgl.  $M$

### **D1.7 Denotationen von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl. $M$ und $g$**

(1) Wenn  $\tau$  eine IV ist, dann  $\llbracket \tau \rrbracket^{M,g} = g(\tau)$ .

(2) Wenn  $\tau$  eine IK ist, dann  $\llbracket \tau \rrbracket^{M,g} = I(\tau)$ .

(3) Wenn  $\pi$  eine PK ist, dann  $\llbracket \pi \rrbracket^{M,g} = I(\pi)$ .

## D1.8 Wahrheitswerte von Formeln bzgl. $M$ und $g$

$$(1) \quad \llbracket \pi(\tau_1, \dots, \tau_n) \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \langle \llbracket \tau_1 \rrbracket^{M,g}, \dots, \llbracket \tau_n \rrbracket^{M,g} \rangle \in \llbracket \pi \rrbracket^{M,g}$$

$$(2) \quad \llbracket \tau_1 = \tau_2 \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \tau_1 \rrbracket^{M,g} = \llbracket \tau_2 \rrbracket^{M,g}.$$

$$(3) \quad \llbracket \neg \phi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 0.$$

$$(4) \quad (a) \quad \llbracket \phi \wedge \psi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ und } \llbracket \psi \rrbracket^{M,g} = 1.$$

$$(b) \quad \llbracket \phi \vee \psi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ oder } \llbracket \psi \rrbracket^{M,g} = 1.$$

$$(c) \quad \llbracket \phi \rightarrow \psi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 0 \text{ oder } \llbracket \psi \rrbracket^{M,g} = 1.$$

$$(d) \quad \llbracket \phi \leftrightarrow \psi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = \llbracket \psi \rrbracket^{M,g}.$$

$$(5) \quad (a) \quad \llbracket \forall \gamma \phi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw f\u00fcr jedes } d \in D \text{ gilt: } \llbracket \phi \rrbracket^{M,g[\gamma \rightarrow d]} = 1.$$

$$(b) \quad \llbracket \exists \gamma \phi \rrbracket^{M,g} = 1 \text{ gdw f\u00fcr mindestens ein } d \in D \text{ gilt:} \\ \llbracket \phi \rrbracket^{M,g[\gamma \rightarrow d]} = 1.$$

## D1.9 Wahrheitswerte von Formeln bzgl. $M$

(1)  $\phi$  ist wahr in  $M$  gdw für jede Belegung  $g$  gilt:  $\llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 1$ .

Notation:  $\llbracket \phi \rrbracket^M = 1$

(2)  $\phi$  ist falsch in  $M$  gdw für jede Belegung  $g$  gilt:  $\llbracket \phi \rrbracket^{M,g} = 0$ .

Der Wahrheitswert einer Aussage (d.h einer geschlossenen Formel) hängt damit **nur** vom gewählten **Modell**  $M$ , **nicht** aber von der gewählten **Belegung**  $g$  ab.

## Modell einer Formel und einer Formelmenge

**D1.10**  $M$  ist ein Modell einer Formel  $\phi$  gdw  $\llbracket \phi \rrbracket^M = 1$ .

**D1.11**  $M$  ist ein Modell einer Formelmenge  $\Sigma$  gdw für jede Formel  $\phi$  aus  $\Sigma$  gilt:  $\llbracket \phi \rrbracket^M = 1$ .

## Logische Gültigkeit einer Formel

**D1.12** Eine Formel  $\phi$  ist logisch gültig (logisch wahr, eine Tautologie) gdw für jedes  $M$  gilt:  $\llbracket \phi \rrbracket^M = 1$ .

Notation:  $\models \phi$

## Logische Folgerungsbeziehung zwischen Formeln

**D1.13** Aus  $\phi_1, \dots, \phi_n$  folgt logisch  $\psi$  gdw für jedes  $M$  gilt:

Wenn  $\llbracket \phi_1 \rrbracket^M = 1, \dots, \llbracket \phi_n \rrbracket^M = 1$ , dann  $\llbracket \psi \rrbracket^M = 1$ .

Notation:  $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$  (alternativ:  $\phi_1, \dots, \phi_n \Rightarrow \psi$ )

## Logische Äquivalenz von Formeln

**D1.14**  $\phi$  und  $\psi$  sind logisch äquivalent gdw für jedes  $M$  gilt:  $\llbracket \phi \rrbracket^M = 1$  gdw  $\llbracket \psi \rrbracket^M = 1$ .

Notation:  $\phi \approx \psi$  (alternativ:  $\phi \Leftrightarrow \psi$ )

### 1.2.3 Semantische Analyse mit PL1

Bei Verwendung von PL1 als **Mittel der semantischen Analyse** von natürlichsprachlichen Sätzen wird wie folgt vorgegangen:

## Formalisierung in einer PL1-Sprache

- Übersetzung der Eigennamen und Inhaltswörter in nicht-logische Konstanten der PL1-Sprache
- Übersetzung von *nicht, und, oder* usw. in Konnektoren und *jeder, einige* usw. in Quantoren der PL1-Sprache
- Auflösung von Skopus- und anderen strukturellen Ambiguitäten
- Übersetzung der Sätze in Formeln der PL1-Sprache nach bestimmten Mustern

Im Ergebnis liegen PL1-Repräsentationen, d.h. semantische Repräsentationen der betreffenden Sätze in PL1 vor. Mit ihnen sollen die Bedeutungen dieser Sätze repräsentiert werden.

## Interpretation in einem PL1-Modell

- Zuordnung von Denotationen zu den nicht-logischen Grundausdrücken der PL1-Sprache
- Zuordnung von Denotationen zu den Formeln der PL1-Sprache nach dem Kompositionalitätsprinzip

Im Ergebnis liegen indirekt auch **Denotationen** für die jeweiligen natürlichsprachlichen Sätze vor.

Natürlichsprachlicher Ausdruck		PL1- Repräsentation		PL1- Denotation
<i>Hans</i>	$\rightsquigarrow$	$Hans'$	$\rightsquigarrow$	$\llbracket Hans' \rrbracket^{M,g}$
<i>lachen</i>	$\rightsquigarrow$	$lachen'$	$\rightsquigarrow$	$\llbracket lachen' \rrbracket^{M,g}$
<i>Frau</i>	$\rightsquigarrow$	$Frau'$	$\rightsquigarrow$	$\llbracket Frau' \rrbracket^{M,g}$
<i>Hans lacht.</i>	$\rightsquigarrow$	$lachen'(Hans')$	$\rightsquigarrow$	$\llbracket lachen'(Hans') \rrbracket^{M,g}$
<i>Eine Frau lacht.</i>	$\rightsquigarrow$	$\exists x[Frau'(x) \wedge lachen'(x)]$	$\rightsquigarrow$	$\llbracket \exists x[Frau'(x) \wedge lachen'(x)] \rrbracket^{M,g}$

Beispiel:

Gegeben sei eine PL1-Sprache  $L'$ , die folgende nicht-logische Grundausdrücke enthält:

IV:  $x, y, z$

IK:  $Anton', Berta', Cäsar', Erna'$

PK:  $Frau', Mann', schlafen'$  (1-stellig)  
 $vertrauen'$  (2-stellig)

Gemäß **D1.1** sind u.a. folgende Ausdrücke Formeln von  $L'$ :

(1)  $Mann'(Anton') \wedge schlafen'(Anton')$

(2)  $\exists x [Mann'(x) \wedge schlafen'(x)]$

(3)  $\forall x [Frau'(x) \rightarrow vertrauen'(Anton', x)]$

(4)  $\neg \exists x [Frau'(x) \wedge \neg vertrauen'(Anton', x)]$

? Gib die natürlichsprachlichen Sätze an, deren PL1-Repräsentationen diese Formeln sind.

Ein mögliches Modell für  $L'$  ist  $M_1 = \langle D_1, I_1 \rangle$ , wobei

$$D_1 = \{\text{Anton, Berta, Cäsar, Erna}\} \quad \text{und}$$

$$I_1(\text{Anton}') = \text{Anton}, \quad I_1(\text{Berta}') = \text{Berta}, \quad I_1(\text{Cäsar}') = \text{Cäsar}, \quad I_1(\text{Erna}') = \text{Erna},$$

$$I_1(\text{Frau}') = \{\text{Berta, Erna}\} = \{d \in D_1 \mid d \text{ ist eine Frau}\},$$

$$I_1(\text{Mann}') = \{\text{Anton, Cäsar}\} = \{d \in D_1 \mid d \text{ ist ein Mann}\},$$

$$I_1(\text{schlafen}') = \{\text{Anton, Berta, Erna}\} = \{d \in D_1 \mid d \text{ schläft}\} \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} I_1(\text{vertrauen}') &= \{\langle \text{Anton, Berta} \rangle, \langle \text{Anton, Erna} \rangle, \langle \text{Berta, Cäsar} \rangle, \langle \text{Erna, Cäsar} \rangle\} \\ &= \{\langle d, d' \rangle \in D_1^2 \mid d \text{ vertraut } d'\} \end{aligned}$$

- $\boxed{?}$  Zeige auf vereinfachte Weise, dass (1) und (3) wahr in  $M_1$  sind.
- $\boxed{?}$  Zeige, dass (2) aus (1) logisch folgt.
- $\boxed{?}$  Zeige, dass (3) und (4) logisch äquivalent sind.
- $\boxed{?}$  Welchen Wahrheitswert haben (2) und (4) in  $M_1$ ?

## 1.3 Grenzen von PL1

Die Verwendung von PL1 ist die **Standardmethode** der semantischen Analyse vor Montague.

PL1 ist aber kein adäquates Mittel für die semantische Analyse der natürlichen Sprache.

## **Mangelnde Ausdruckstärke** des Repräsentationsformalismus von PL1

PL1 enthält folgende Mittel zur semantischen Repräsentation von natürlichsprachlichen Ausdrücken:

- Individuenterme      Eigennamen und Pronomen für die Referenz auf einzelne Individuen  
*Hans', Leipzig', ...,*  
*x, y, z, x<sub>1</sub>, ...*
- Prädikatskonstanten      Verben, Nomen, Adjektive und Präpositionen für Prädikationen über Individuen  
*lachen', Frau', rot',*  
*lieben', auf', ...*
- Konnektoren      *nicht, und, oder, wenn...dann, ...* in ihren wahrheitsfunktionalen Aspekten  
 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Quantoren      *alle, jeder, einige, mindestens ein, nicht alle, nicht jeder, kein, mindestens / höchstens/ genau zwei, ..., der, ...* für Quantifikationen über Individuen  
 $\forall, \exists$

Die **natürliche Sprache** hat viel reichere, vielfältigere Ausdrucksmöglichkeiten.

Beispiele:

- **Prädikationen über Eigenschaften**

*Schwimmen macht Spaß.*

*Rot ist eine Farbe.*

- **Quantifikationen über Eigenschaften**

*Hans hat alle Eigenschaften eines guten Menschen.*

*Maria hat einige unangenehme Eigenschaften mit Hans gemeinsam.*

- Modifikationen von Eigenschaften

- Absolute Adjektive

*das rote Buch*

- Relative Adjektive

*der kleine Elefant*

- Intensionale Adjektive

*der ehemalige Weltmeister*

*der mutmaßliche Verräter*

- Adverben

*Lisa schwimmt schnell.*

- **Modifikationen von Modifikationen von Eigenschaften**

*Im Zoo haben sie einen sehr kleinen Elefanten.*

*Lisa schwimmt überraschend schnell.*

- **Modalitätsausdrücke**

- **Modale Satzadverbiale**

*Peter hat möglicherweise verloren.*

- **Modale Adjektive**

*Diese Handlung war erlaubt.*

- **Modalverben**

*Maria muss schlafen.*

- Weitere Quantifikationsausdrücke

*Die meisten Studierenden interessieren sich für die Vielfalt natürlicher Sprachen.*

*Mehr als die Hälfte der Weltbevölkerung verfügt über keine adäquate Abwasserentsorgung.*

## **Fehlende Kompositionalität** des Repräsentationsformalismus von PL1

PL1-Repräsentationen **respektieren nicht** die syntaktische Struktur von natürlichsprachlichen Sätzen.

Ein Satz wird **nur als Ganzes** in eine PL1-Formel übersetzt.

Die Bedeutung von syntaktisch komplexen Ausdrücken unterhalb der Satzebene wird in PL1 **nicht repräsentiert**.

Beispiele:

- **Keine** Repräsentation von **VPn** in PL1

*Hans liebt Maria.*

[<sub>S</sub> Hans [<sub>VP</sub> liebt Maria ]]

?

*lieben'(Hans',Maria')*

- **Keine einheitliche** Repräsentation von **NPn** in PL1

*Hans lacht.*

$[_S[_{NP} \text{Hans} ]_{VP} \text{lacht} ]]$

$\text{lachen}'(\text{Hans}')$

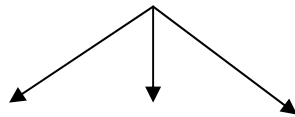
*Jeder Student lacht.*

$[_S[_{NP} \text{Jeder Student} ]_{VP} \text{lacht} ]]$

$\forall x[\text{Student}'(x) \rightarrow \text{lachen}'(x)]$

*Ein Student lacht.*

$[_S[_{NP} \text{Ein Student}]_{VP} \text{lacht} ]]$



$\exists x[Student'(x) \wedge lachen'(x)]$

Unter den Bedingungen des Repräsentationsformalismus von PL1 können die syntaktischen und semantischen Regeln der natürlichen Sprache **nicht parallel** arbeiten.

Das Kompositionalitätsprinzip kann damit **nicht erfüllt** werden.