5 Temporalsemantik

5.1 Zeitbezug

Die Wahrheit eines Satzes kann davon abhängen, zu welcher Zeit der Satz geäußert wird.

So kann *Peter ist Student* oder *Peter schläft* – geäußert über ein und dieselbe Person namens *Peter* – mit Bezug auf die eine Zeit wahr und mit Bezug auf eine andere Zeit falsch sein.

Das hängt damit zusammen, dass die Denotation des Nomens *Student* beispielsweise mit jedem Semester und die des Verbs *schlafen* mit der Tageszeit variiert.

Der Zeitbezug kann über Tempora, temporale Adverbiale wie *gestern*, *immer* oder *fünf Minuten lang* oder temporale Konjunktionen wie *nachdem* hergestellt werden.

Beispiele:

(1) *Anna lacht.*

(2) *Anna wird lachen.*

(3) *Anna wird gelacht haben.*

(4) *Anna lachte gestern immer.*

(5) *Nachdem Anna aufgestanden war, hat sie fünf Minuten lang gelacht.*

Die **Tempora** werden mit grammatischen Formen, d.h. mit einer Markierung am Verb oder am Auxiliar realisiert.

Sie zeigen an, für welche Zeiten der Inhalt des Satzes behauptet wird.

Im Deutschen wird für den Bezug auf Gegenwärtiges, Vergangenes und Zukünftiges zwischen drei grundlegenden Tempora

- Präsens,
- Präteritum,
- Futur

und mindestens drei weiteren Tempora

- Perfekt (oder Perfekt Präsens),
- Plusquamperfekt,
- Futur II (oder Perfekt Futur)

unterschieden.

Die grundlegenden, absoluten Tempora können so aufgefasst werden, dass sie eine Relation zwischen zwei Zeiten ausdrücken – zwischen

- der Sprech- oder Äußerungszeit, d.h. der Zeit, zu der ein Satz geäußert wird, und
- der Ereignis- oder auch Auswertungszeit, d.h. der Zeit, zu der die mit ihm beschriebene Situation (oder Eventualität) besteht.

Für die Charakterisierung der anderen, relativen Tempora muss eine dritte Zeit berücksichtigt werden.

Hans Reichenbach entwickelte 1947 für das Englische ein Tempussystem, in dem neben der

- Sprechzeit (S) und der
- Ereigniszeit (E) die
- Referenzzeit (R)

angenommen wird; die Referenzzeit bezeichnet die Zeit, relativ zu der die beschriebene Situation betrachtet wird.

Dabei wird vorausgesetzt, dass es sich bei E, S und R um Zeitpunkte handelt, die einander vorausgehen oder aber identisch sind.

Die unterschiedlichen Tempora werden durch eine jeweils spezielle Konstellation der drei Zeitpunkte charakterisiert.

Die Tempora des Deutschen lassen sich nach dem Muster von Reichenbach in Annäherung durch die folgenden Verhältnisse zwischen E, S und R bestimmen:

Tempus	Beispiel	Anordnung auf der Zeitachse
Plusquamperfekt	*Anna hatte gelacht.*	E R S
Präteritum	*Anna lachte.*	R,E S
Perfekt	*Anna hat gelacht.*	E S,R
Präsens	*Anna lacht.*	E,R,S
Futur	*Anna wird lachen.*	S R,E
Futur II	*Anna wird gelacht haben.*	S E R

Das Präsens, das Präteritum und das Futur drücken demnach eine direkte Relation zwischen E (= R) und S aus.

Beim Präsens fallen dabei alle drei Zeiten E , R und S zusammen.

Dagegen drücken das Plusquamperfekt und das Futur II eine komplexe Relation zwischen R und E und zwischen R und S aus, wobei R eine Vermittlerrolle übernimmt.

Das Perfekt spielt eine Sonderrolle insofern, als es in vielen Fällen wie das Präteritum interpretiert wird.

Es existieren zahlreiche Vorschläge, wie der Zeitbezug von Ausdrücken und die Abhängigkeit ihrer Denotationen von zeitlichen Gegebenheiten formal erfasst werden kann.

Die klassische **Temporalsemantik** gründet sich auf die Zeitlogik von Arthur N. Prior (1957, 1967, 1969).

Diese wurde als ein Zweig der Modallogik entwickelt und kann als Verallgemeinerung der Theorie von Reichenbach angesehen werden, insofern es in ihr beliebig viele Referenzzeiten gibt.

Allgemein lassen sich zwei Grundrichtungen bei der Behandlung des Zeitbezugs unterscheiden:

- **Impliziter Zeitbezug**

  Die semantischen Repräsentationen enthalten kein Argument für Zeiten. Stattdessen wird der jeweilige Ausdruck mit Bezug auf eine Zeit bewertet.

  Die Interpretationsfunktion ist damit von einem Zeitparameter abhängig.

- **Expliziter Zeitbezug**

  Die semantischen Repräsentationen enthalten ein zusätzliches Zeitargument.

  Bei der Interpretation muss deshalb kein Zeitparameter berücksichtigt werden.

Beispiel:

Anna lacht.

(i) **impliziter** Zeitbezug: $lachen'(Anna')$,
auszuwerten zum Sprechzeitpunkt t_0;

(ii) **expliziter** Zeitbezug: $lachen'(Anna', t_0)$,
wobei t_0 der Sprechzeitpunkt ist.

Die Zeitlogik von Prior und die sie nutzende Montague-Semantik wurden nach dem Muster des impliziten Bezugs auf die Zeit entwickelt.

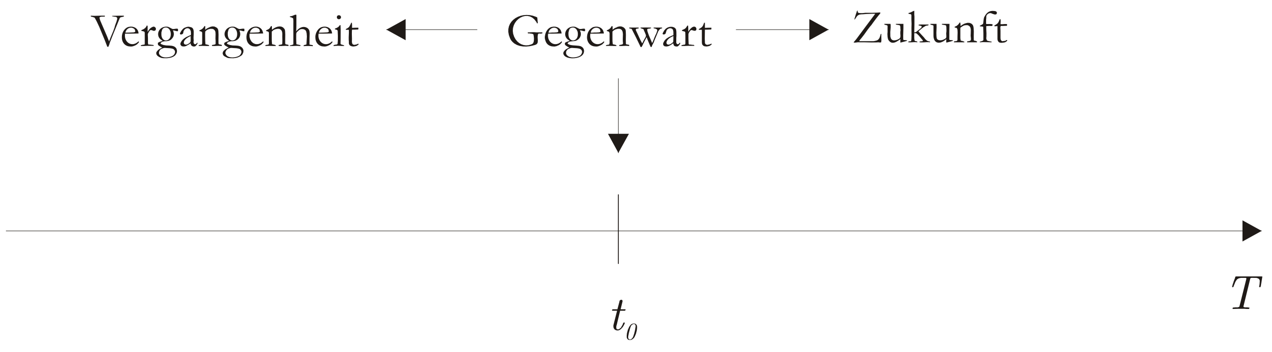
Der Vorzug dieser Darstellungsform ist, dass sie eine relativ einfache Erweiterung einer beliebigen der bisher behandelten (zeitunabhängigen) Logiken zu einer temporalen Logik erlaubt.

In jüngeren Arbeiten hat sich jedoch der explizite Bezug auf Zeiten durchgesetzt, da dieses Format eine durchsichtigere und angemessenere Behandlung von temporalen Phänomenen ermöglicht.

Voraussetzung für die Temporalsemantik ist eine formale Ontologie, durch die die **Eigenschaften der Zeit** geklärt werden.

Nachfolgend betrachten wir nur einige grundlegende Bestimmungen.

Die **Zeitstruktur** sieht (sehr grob) folgendermaßen aus:



Die Zeit ist eindimensional und gerichtet, d.h. sie ist als eine orientierte Achse darstellbar.

Die Zeitachse T kann man als eine bestimmte Anordnung von Zeitpunkten verstehen.

Der Zeitpunkt t_0 ist die Gegenwart, d.h. die jetzige Zeit.

Da die Äußerungszeit in der Regel die Gegenwart ist, werden Äußerungen gewöhnlich relativ zu t_0 bewertet.

Zeitpunkte sind bezüglich ihrer Abfolge durch die Relation $<$ linear geordnet. Dabei heißt $t < t'$, dass t vor t' liegt.

Die Ordnungsrelation hat genauer die folgenden Eigenschaften:

- irreflexiv: $\forall t \, \neg(t < t)$
- transitiv: $\forall t \forall t' \forall t'' \big[(t < t') \wedge (t' < t'') \rightarrow (t < t'')\big]$
- asymmetrisch: $\forall t \forall t' \big[(t < t') \rightarrow \neg(t' < t)\big]$
- total (linear): $\forall t \forall t' \big[(t < t') \vee (t' < t) \vee t = t'\big]$

Mögliche Verschärfungen der Ordnungsrelation sind:

- dicht: $\forall t \forall t' \big[(t < t') \rightarrow \exists t'' \big[(t < t'') \wedge (t'' < t')\big]\big]$

Wenn die lineare Ordnung dicht ist, gibt es also außerdem keine Lücke in der Zeit. Vielmehr liegen zwischen zwei Zeitpunkten unendlich viele andere Zeitpunkte (analog zu den reellen Zahlen).

- kein kleinstes Element: $\forall t \exists t' [t' < t]$
- kein größtes Element: $\forall t \exists t' [t < t']$

Die Folge der Zeitpunkte ist damit beidseitig offen, d.h. die Zeit ist sowohl in die Vergangenheit als auch in die Zukunft unendlich ausgedehnt.

5.2 Klassische Temporalsemantik

5.2.1 Zeitrelativierte Semantik von PL1

Bisher ist die Wahrheit einer Formel wie auch die Denotation eines anderen Ausdrucks relativ zu Modellen festgelegt worden, die statisch in dem Sinne sind, dass sich die Eigenschaften von und die Relationen zwischen Individuen nicht verändern.

In einem ersten Schritt soll der statische Charakter dadurch korrigiert werden, dass für PL1 eine zeitrelativierte Semantik angegeben wird.

Um den Zeitbezug von Ausdrücken zu erfassen, werden die bisher angenommenen Modelle um die Menge T der Zeitpunkte und die Ordnungsrelation $<$ über T erweitert.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Diskursdomäne eines Modells über alle Zeiten gleich bleibt, es kommen also keine neuen Individuen hinzu und schon vorhandene verschwinden nicht.

Die Denotationen der nicht-logischen Konstanten sollen zeitabhängig variieren können. Dazu wird die Interpretationsfunktion auf Zeitpunkte relativiert.

D5.1 Ein **temporales Modell** M ist ein geordnetes Quadrupel $\langle D, T, <, I \rangle$, wobei

(i) D die Diskursdomäne ist,

(ii) T eine (nicht-leere) Menge von Zeitpunkten ist,

(iii) $<$ eine Ordnungsrelation auf T ist,

(iv) I die Interpretationsfunktion von M ist, die jeder nicht-logischen Konstanten α relativ zu einem Zeitpunkt t eine Denotation zuweist.

Entsprechend werden die Denotationen eines beliebigen wfA α auf Zeitpunkte relativiert.

<u>Notation:</u>

$[\![\alpha]\!]^{M,t,g}$: die Denotation von α relativ zu dem Modell M, dem Zeitpunkt t und der Variablenbelegung g

Die **semantischen Regeln** von PL1 und damit die Definitionen **D1.7** und **D1.8** aus Abschnitt **1.2** nehmen die folgende Gestalt an:

D5.2 Denotationen von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl. M, t und g

(1) Wenn τ eine IV ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,t,g} = g(\tau)$.

(2) Wenn τ eine IK ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,t,g} = I(\tau, t)$.

(3) Wenn π eine PK ist, dann $[\![\pi]\!]^{M,t,g} = I(\pi, t)$.

D5.3 Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M, t und g

(1) $[\![\pi(\tau_1,\ldots,\tau_n)]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $\left\langle [\![\tau_1]\!]^{M,t,g},\ldots,[\![\tau_n]\!]^{M,t,g} \right\rangle \in [\![\pi]\!]^{M,t,g}$.

(2) $[\![\tau_1 = \tau_2]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\tau_1]\!]^{M,t,g} = [\![\tau_2]\!]^{M,t,g}$.

(3) $[\![\neg\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 0$.

(4) (a) $[\![\phi \wedge \psi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ und $[\![\psi]\!]^{M,t,g} = 1$.

(b) $[\![\phi \vee \psi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ oder $[\![\psi]\!]^{M,t,g} = 1$.

(c) $[\![\phi \rightarrow \psi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 0$ oder $[\![\psi]\!]^{M,t,g} = 1$.

(d) $[\![\phi \leftrightarrow \psi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = [\![\psi]\!]^{M,t,g}$.

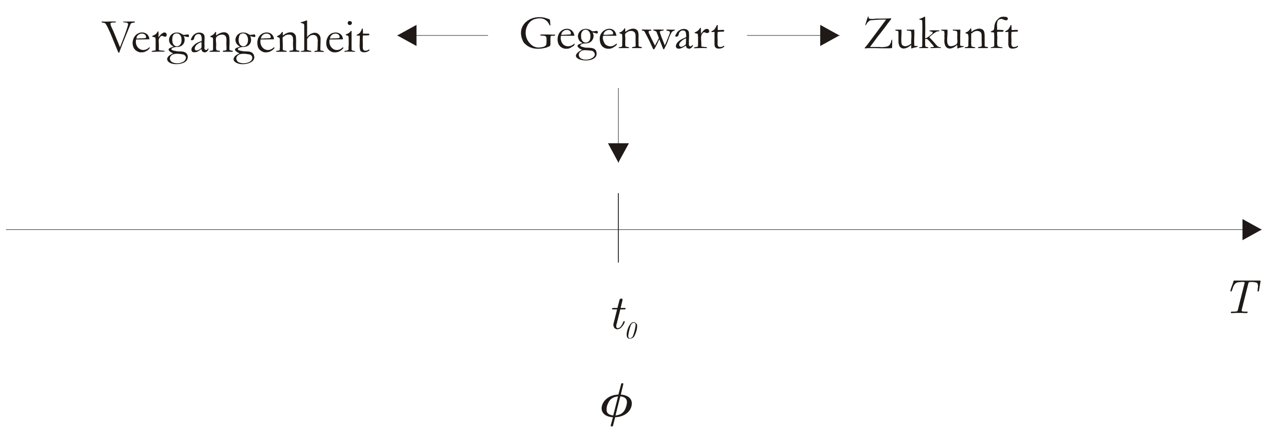
(5) (a) $[\![\forall\gamma\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für <u>jedes</u> $d \in D$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t,g[\gamma\rightarrow d]} = 1$.

(b) $[\![\exists\gamma\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für <u>mindestens ein</u> $d \in D$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t,g[\gamma\rightarrow d]} = 1$

Mit den gegebenen Mitteln kann man das **Präsens** erfassen.

Da es die Identität von Äußerungs- und Auswertungszeit ausdrückt, kann diese Tempusform als unmarkiert verstanden werden.

Ein Satz im Präsens ist wahr gdw die vom Satz beschriebene Situation zum Äußerungszeitpunkt t_0 , d.h. zum gegenwärtigen Zeitpunkt besteht.



Betrachtet sei wieder die PL1-Sprache L' aus Abschnitt **1.2**, die folgende Individuen- und Prädikatskonstanten enthält:

IK:	$Anton', Berta', Cäsar', Erna'$
PK:	$Frau', Mann', schlafen', vertrauen'$

Es sei nun $\langle D, T, <, I \rangle$ ein temporales Modell M für L', wobei gilt:

$D = \{\text{Anton,Berta,Cäsar,Erna}\}$,

$T = \{t_1, t_2, t_3\}$,

$<= \{\langle t_1, t_2\rangle, \langle t_2, t_3\rangle, \langle t_1, t_3\rangle\}$ und

$I(Anton', t_1) = I(Anton', t_2) = I(Anton', t_3) = \text{Anton}$

I analog für $Berta', Cäsar', Erna'$

$$I(Frau', t_1) = I(Frau', t_2) = I(Frau', t_3) = \{\text{Berta,Erna}\}$$

$$I(Mann', t_1) = I(Mann', t_2) = I(Mann', t_3) = \{\text{Anton,Cäsar}\}$$

$$I(schlafen', t_1) = \{\text{Berta,Cäsar}\}$$
$$I(schlafen', t_2) = \{\text{Berta,Erna}\}$$
$$I(schlafen', t_3) = \{\text{Anton,Cäsar,Erna}\}$$

$$I(vertrauen', t_1) = \{\langle\text{Anton,Anton}\rangle, \langle\text{Anton,Berta}\rangle, \langle\text{Anton,Erna}\rangle\}$$
$$I(vertrauen', t_2) = \{\langle\text{Anton,Erna}\rangle, \langle\text{Berta,Cäsar}\rangle\}$$
$$I(vertrauen', t_3) = \{\langle\text{Berta,Anton}\rangle, \langle\text{Cäsar,Erna}\rangle, \langle\text{Erna,Cäsar}\rangle\}$$

Beispiel:

Cäsar schläft.

SR(*Cäsar schläft*)
$= schlafen'(Cäsar')$

t_1: $[\![schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 1$, weil $[\![Cäsar']\!]^{M,t_1,g} \in [\![schlafen']\!]^{M,t_1,g}$
und dies wegen
$I(Cäsar', t_1) \in I(schlafen', t_1)$, d.h. Cäsar $\in$ {Berta,Cäsar}.

t_2: $[\![schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_2,g} = 0$, weil $[\![Cäsar']\!]^{M,t_2,g} \notin [\![schlafen']\!]^{M,t_2,g}$
und dies wegen
$I(Cäsar', t_2) \notin I(schlafen' t_2)$, d.h. Cäsar $\notin$ {Berta,Erna}.

$\boxed{?}$ Welchen Wahrheitswert hat der Satz *Cäsar schläft* in M zum Zeitpunkt t_3?

5.2.2 Temporale Prädikatenlogik der 1. Stufe (TPL1)

Um andere Tempora neben dem Präsens beschreiben zu können, wird PL1 durch die Hinzunahme von **Tempusoperatoren** zur temporalen Prädikatenlogik der 1. Stufe (TPL1) erweitert.

Nach Prior handelt es sich dabei um Satzoperatoren, d.h. Ausdrücke vom Typ $\langle t,t \rangle$.

Sie haben daher dieselbe Syntax wie die Satznegation, ihre Semantik ist aber wesentlich komplexer:

Während die Negation einfach nur den Wahrheitswert eines Satzes umkehrt, ist für die Interpretation von Tempusoperatoren entscheidend, dass sie den Auswertungszeitpunkt des Satzes verschieben.

- Ergänzung zum **Vokabular** von PL1 (Abschnitt **1.2**):

  Präteritumoperator: $\boldsymbol{P}$ (‚past')

  Futuroperator: $\boldsymbol{F}$ (‚future')

- Ergänzung zu den **syntaktischen Regeln** von PL1 (**D1.1**, Abschnitt **1.2**):

(6) Wenn ϕ eine Formel ist, dann sind $\boldsymbol{P}\phi$ und $\boldsymbol{F}\phi$ Formeln.

$\boldsymbol{P}\phi$ wird gelesen als „Es war der Fall, dass ϕ."

$\boldsymbol{F}\phi$ wird gelesen als „Es wird der Fall sein, dass ϕ."

- Ergänzung zu den (zeitrelativierten) **semantischen Regeln** von PL1 (**D5.2**):

(6) (a) $[\![\boldsymbol{P}\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t' < t$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t',g} = 1$.

(b) $[\![\boldsymbol{F}\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t < t'$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t',g} = 1$.

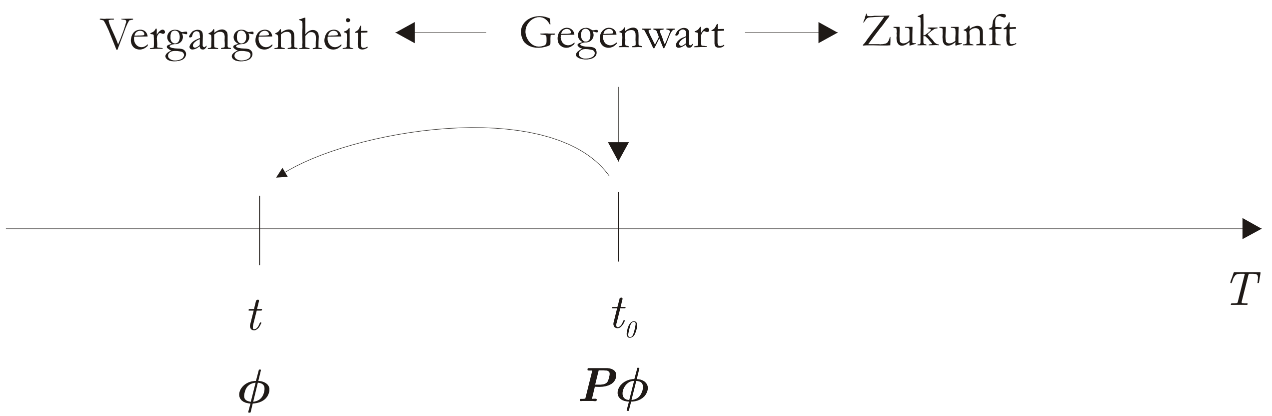
In der Interpretation der Tempusoperatoren ist also eine implizite Existenzquantifizierung über vergangene bzw. zukünftige Zeitpunkte enthalten.

Präteritum

Das Präteritum zeigt Vorzeitigkeit an. Dabei wird die Auswertungszeit in die Vergangenheit verschoben. Es gilt:

- $[\![\boldsymbol{P}\phi]\!]^{M,t_0,g} = 1$ gdw es ein t mit $t < t_0$ gibt, so dass $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 1$.

D.h. eine Formel $\boldsymbol{P}\phi$ ist zum Äußerungszeitpunkt t_0 wahr gdw es einen früheren Zeitpunkt t als Auswertungszeitpunkt gibt, zu dem die (‚tempuslose') Formel ϕ wahr ist.



Beispiel:

Cäsar schlief. („Es war der Fall, dass Cäsar schläft.")

SR(*Cäsar schlief*)
$= \boldsymbol{P}schlafen'(Cäsar')$

t_1: $[\![\boldsymbol{P}schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 0$, weil es kein t mit $t < t_1$ gibt, so dass $[\![schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t,g} = 1$.

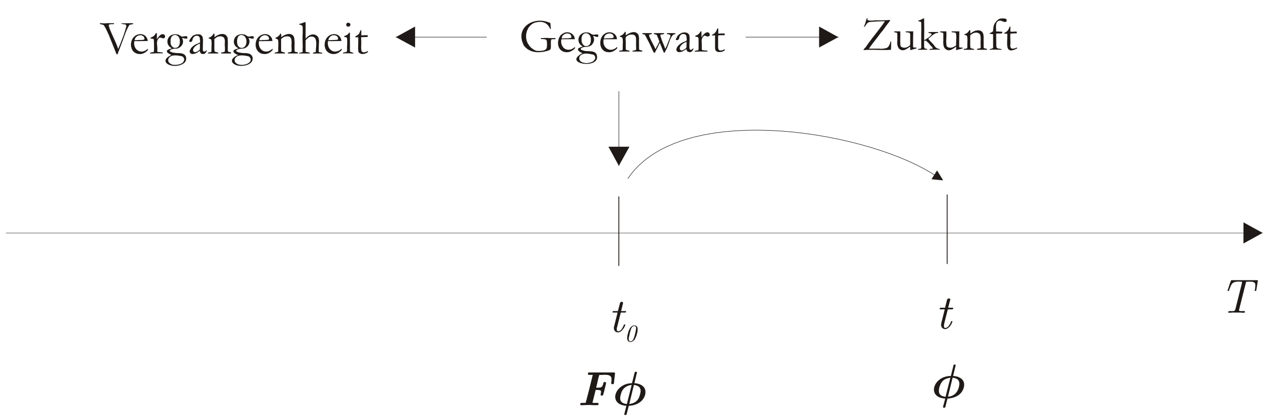
$\boxed{?}$ Welchen Wahrheitswert hat der Satz in M zu t_2 und zu t_3?

Futur

Das Futur zeigt Nachzeitigkeit an. Es wird also die Auswertungszeit in die Zukunft verschoben. Damit gilt:

- $[\![\boldsymbol{F}\phi]\!]^{M,t_0,g} = 1$ gdw es ein t mit $t_0 < t$ gibt, so dass $[\![\phi]\!]^{M,t,g} = 1$.

D.h. eine Formel $\boldsymbol{F}\phi$ ist zum Äußerungszeitpunkt t_0 wahr gdw es einen späteren Zeitpunkt t als Auswertungszeitpunkt gibt, zu dem die (‚tempuslose') Formel ϕ wahr ist.



Beispiel:

Cäsar wird schlafen. („Es wird der Fall sein, dass Cäsar schläft.“)

SR(*Cäsar wird schlafen*)
$= \boldsymbol{F} schlafen'(Cäsar')$

t_1: $[\![\boldsymbol{F} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 1$, weil für t_3 mit $t_1 < t_3$ gilt:
$[\![schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_3,g} = 1.$

$\boxed{?}$ Welchen Wahrheitswert hat der Satz in M zu t_2 und zu t_3?

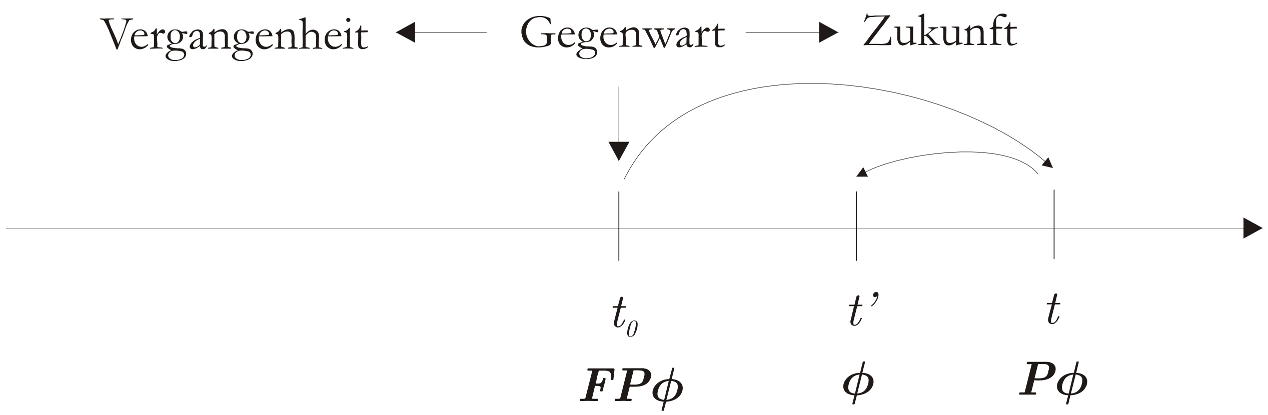
Futur II

Futur II zeigt eine zukünftige Vorzeitigkeit an.

Es wird eine Relation zwischen Gegenwart und Zukunft hergestellt, derart dass die Auswertungszeit der Äußerungszeit folgt, aber vor einer Referenzzeit in der Zukunft liegt.

Dies lässt sich durch eine Kombination der Operatoren $\boldsymbol{F}$ und $\boldsymbol{P}$ ausdrücken.

- $[\![\boldsymbol{FP}\phi]\!]^{M,t_0,g} = 1$ gdw es einen (zukünftigen) Zeitpunkt t mit $t_0 < t$ gibt, zu dem $[\![\boldsymbol{P}\phi]\!]^{M,t,g} = 1$,
  d.h. zu dem gilt, dass es einen (vergangenen) Zeitpunkt t' mit $t' < t$ gibt, zu dem $[\![\phi]\!]^{M,t',g} = 1$.



Beispiel:

Cäsar wird geschlafen haben. („Es wird der Fall sein, dass es der Fall war, dass Cäsar schläft.“)

SR(*Cäsar wird geschlafen haben*)
$= \boldsymbol{FP} schlafen'(Cäsar')$

t_1: $[\![\boldsymbol{FP} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 1$, weil zu t_3 mit $t_1 < t_3$ gilt:

$[\![\boldsymbol{P} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_3,g} = 1$, und das deshalb, weil zu t_1 mit $t_1 < t_3$ gilt:

$[\![schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 1$.

$\boxed{?}$ Welchen Wahrheitswert hat der Satz in M zu t_2?

t_3: $[\![\boldsymbol{FP} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_3,g} = 0$, weil es kein t mit $t_3 < t$ gibt , so dass

$[\![\boldsymbol{P} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t,g} = 1$ (da gar kein zukünftiger Zeitpunkt existiert).

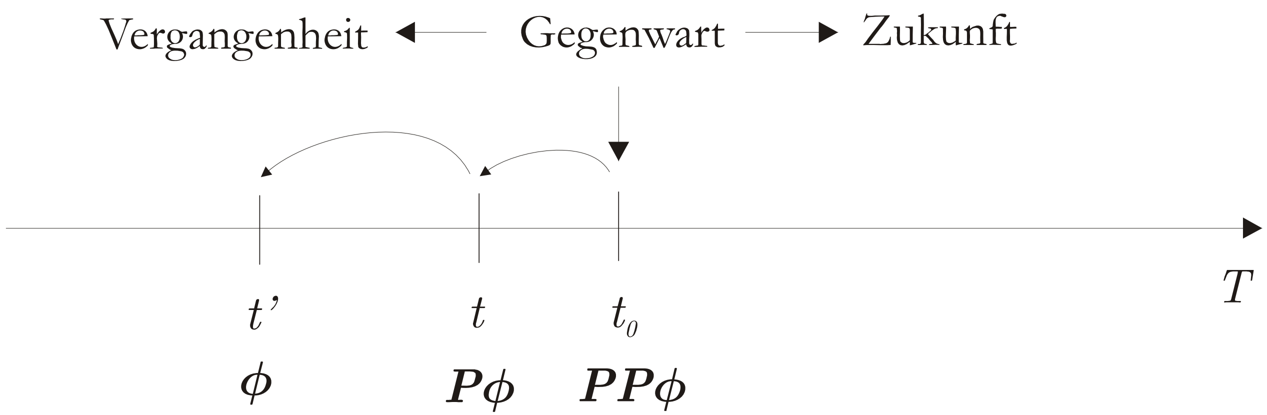
Plusquamperfekt

Das Plusquamperfekt zeigt eine vergangene Vorzeitigkeit an.

Es wird eine Relation zwischen Gegenwart und Vergangenheit hergestellt, derart dass die Auswertungszeit vor einer relativ zur Äußerungszeit vergangenen Referenzzeit liegt.

Dies lässt sich durch zweimalige Anwendung des Operators $\boldsymbol{P}$ ausdrücken.

- $[\![\boldsymbol{PP}\phi]\!]^{M,t_0,g} = 1$ gdw es einen (vergangenen) Zeitpunkt t mit $t < t_0$ gibt, zu dem $[\![\boldsymbol{P}\phi]\!]^{M,t,g} = 1$,
  d.h. zu dem gilt, dass es einen (vergangenen) Zeitpunkt t' mit $t' < t$ gibt, zu dem $[\![\phi]\!]^{M,t',g} = 1$.



Beispiel:

Cäsar hatte geschlafen. („Es war der Fall, dass es der Fall war, dass Cäsar schläft.“)

SR(*Cäsar hatte geschlafen*)
$= \boldsymbol{PP} schlafen'(Cäsar')$

t_1: $[\![\boldsymbol{PP} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t_1,g} = 0$, weil es kein t mit $t < t_1$ gibt, so dass $[\![\boldsymbol{P} schlafen'(Cäsar')]\!]^{M,t,g} = 1$ (da gar kein vergangener Zeitpunkt existiert).

$\boxed{?}$ Welchen Wahrheitswert hat der Satz in M zu t_2 und zu t_3?

Temporale Operatoren und Negation

Die temporalen Operatoren interagieren mit der Negation $\neg$.

In TPL1 lassen sich deshalb Formeln bilden, die als semantische Repräsentationen von Sätzen wie den folgenden fungieren können:

Formeln mit innerer Negation

(1) *Hans lachte nicht.*

(„Es war der Fall, dass Hans nicht lacht.“)

$\boldsymbol{P}\neg lachen'(Hans')$,

d.h. es gibt einen Zeitpunkt in der Vergangenheit, zu dem Hans nicht lacht.

(2) *Hans wird nicht lachen.*

(„Es wird der Fall sein, dass Hans nicht lacht.“)

$\boldsymbol{F}\neg lachen'(Hans')$,

d.h. es gibt einen Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem Hans nicht lacht.

Formeln mit äußerer Negation

(3) *Hans lachte nie.*

(„Es war nie der Fall, dass Hans lacht.“)

$\neg \boldsymbol{P}\ lachen'(Hans'),$

d.h. es gibt keinen Zeitpunkt in der Vergangenheit, zu dem Hans lacht.

(4) *Hans wird nie lachen.*

(„Es wird nie der Fall sein, dass Hans lacht.“)

$\neg \boldsymbol{F}\ lachen'(Hans'),$

d.h. es gibt keinen Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem Hans lacht.

Formeln mit dualer Negation

(5) *Hans lachte immer.* $\neg \boldsymbol{P} \neg lachen'(Hans')$,

(„Es war immer der Fall, dass Hans lacht.“)

d.h. es gibt keinen Zeitpunkt in der Vergangenheit, zu dem Hans nicht lacht.

(6) *Hans wird immer lachen.* $\neg \boldsymbol{F} \neg lachen'(Hans')$,

(„Es wird immer der Fall sein, dass Hans lacht.“)

d.h. es gibt keinen Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem Hans nicht lacht.

Die Formeln in (5) und (6) sind semantische Repräsentationen von Sätzen, in denen mit dem temporalen Adverb, oder spezieller: dem Frequenzadverb *immer* über Zeiten allquantifiziert wird.

Diese Feststellung bildet die Basis, um zwei weitere temporale Operatoren zu definieren, mit denen sich die Formeln vereinfachen lassen.

Die eingeführten Operatoren $\boldsymbol{H}$ und $\boldsymbol{G}$ drücken entsprechend eine implizite Allquantifizierung über vergangene bzw. zukünftige Zeitpunkte aus.

D5.4 $\boldsymbol{H}\phi =_{def} \neg\boldsymbol{P}\neg\phi$ (d.h zu jedem Zeitpunkt in der Vergangenheit gilt ϕ bzw. es gibt keinen Zeitpunkt in der Vergangenheit, zu dem ϕ nicht gilt.)

$\boldsymbol{H}\phi$ wird gelesen als „Es war immer der Fall, dass ϕ."

D5.5 $\boldsymbol{G}\phi =_{def} \neg\boldsymbol{F}\neg\phi$ (d.h zu jedem Zeitpunkt in der Zukunft gilt ϕ bzw. es gibt keinen Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem ϕ nicht gilt.)

$\boldsymbol{G}\phi$ wird gelesen als „Es wird immer der Fall sein, dass ϕ."

Analog zur gegenseitigen Definierbarkeit der Quantoren $\exists$ und $\forall$ könnten auch $\boldsymbol{H}$ und $\boldsymbol{G}$ als grundlegende Operatoren gewählt und mit ihnen entsprechend die Tempusoperatoren $\boldsymbol{P}$ bzw. $\boldsymbol{F}$ definiert werden.

Temporale Operatoren und Quantoren

Die temporalen Operatoren interagieren auch mit den Quantoren $\exists$ und $\forall$.

So lassen sich in TPL1 Formeln bilden, mit denen Sätze wie die folgenden semantisch repräsentiert werden können:

(7) *Irgendjemand wird irgendeinmal lachen.* $\exists x[\boldsymbol{F}\ lachen'(x)]$,

d.h. es gibt ein x, so dass es in der Zukunft einen Zeitpunkt gibt, zu dem x lacht.

(8) *Irgendeinmal wird irgendjemand lachen.* $\boldsymbol{F}\ \exists x[lachen'(x)]$,

d.h. es gibt in der Zukunft einen Zeitpunkt, zu dem es ein x gibt, das lacht.

In (7) und (8) kommt die implizite Existenzquantifizierung mit $\boldsymbol{F}$ (über zukünftige Zeitpunkte) zusammen mit einer $\exists$-Quantifizierung (über Individuen) vor.

Da die Reihenfolge von zwei Existenzquantoren für den Wahrheitswert keine Rolle spielt, sind die Formeln (bzw. Sätze) in (7) und (8) logisch äquivalent.

Analoges gilt für die Formeln (bzw. Sätze) in (9) und (10), da hier beide Quantifizierungen universell sind.

(9) *Jeder wird immer lachen.* $\forall x[\boldsymbol{G}\ lachen'(x)]$,

d.h. für jedes x gilt, dass x zu jedem Zeitpunkt in der Zukunft lacht.

(10) *Immer wird jeder lachen.* $\boldsymbol{G}\ \forall x[lachen'(x)]$,

d.h. zu jedem Zeitpunkt in der Zukunft gilt, dass jedes x lacht.

Entsprechende Formeln (bzw. Sätze), bei denen

- eine implizite Allquantifizierung mit $\boldsymbol{G}$ oder $\boldsymbol{H}$ zusammen mit einer $\exists$-Quantifizierung oder
- eine implizite Existenzquantifizierung mit $\boldsymbol{F}$ oder $\boldsymbol{P}$ zusammen mit einer $\forall$-Quantifizierung

vorkommt, sind dagegen nicht logisch äquivalent.

(11) *Jemand (einer) wird immer lachen.*

$\exists x[\boldsymbol{G}\ lachen'(x)]$,

d.h. es gibt ein (bestimmtes) x, so dass zu jedem Zeitpunkt in der Zukunft gilt, dass x lacht.

(12) *Immer wird (irgend-) jemand lachen.*

$\boldsymbol{G}\ \exists x[lachen'(x)]$,

d.h. zu jedem Zeitpunkt in der Zukunft gibt es ein (möglicherweise jeweils anderes) x, das lacht.

(13)	*Jeder wird (irgend-)einmal lachen.*	$\forall x[\boldsymbol{F}\ lachen'(x)]$, d.h. für jedes x gibt es einen (möglicher-weise jeweils anderen) Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem x lacht.
(14)	*Einmal (zu einer Zeit) wird jeder lachen.*	$\boldsymbol{F}\ \forall x[lachen'(x)]$, d.h. es gibt einen (bestimmten) Zeitpunkt in der Zukunft, zu dem jedes x lacht.

? Welche der Formeln in (11) und (12) bzw. in (13) und (14) folgt logisch aus der jeweils anderen?

Differenzen dieser Art geben Anlass zu Skopusambiguitäten in den repräsentierten Sätzen.

? Welche der Sätze in (11) und (12) bzw. in (13) und (14) lassen – eventuell bei einer speziellen Intonation – eine Lesart zu, die durch die jeweils andere Formel repräsentiert wird?

Solche Ambiguitäten finden sich auch bei Sätzen, in denen gar keine Frequenzadverbiale vorkommen.

Beispiel:

Jeder Hund hatte Flöhe.

- Lesart 1($\forall \boldsymbol{P}$): Für jeden Hund gibt es einen Zeitpunkt in der Vergangenheit, zu dem er Flöhe hat (möglicherweise für jeden Hund einen verschiedenen Zeitpunkt).

- Lesart 2 ($\boldsymbol{P}\forall$): Es gibt einen Zeitpunkt in der Vergangenheit (z.B. irgendwann während des Dreißigjährigen Krieges), zu dem jeder Hund Flöhe hat.

5.3 Alternative Theorien

Die vorangehende Analyse von Tempora in TPL1 hat mehrere Mängel.

Zunächst einmal ist der Formalismus inadäquat insofern, als sich mit ihm nicht alle Tempora semantisch charakterisiert lassen.

Beispielsweise zwingt TPL1 dazu, das Perfekt wie das Präteritum zu behandeln. Obwohl sich beide Tempora darin ähneln, dass sie Vorzeitigkeit ausdrücken, können so ihre unterschiedlichen Verwendungsbedingungen nicht erfasst werden.

Unabhängig davon, gibt es zahlreiche weitere Probleme, die zur Entwicklung alternativer Theorien geführt haben.

Im Folgenden sollen einige dieser Analysen kurz betrachtet werden.

5.3.1 Doppelindex-Interpretation

Um die semantischen Eigenschaften von temporalen Adverbialen wie *morgen* oder *gestern* sowie deren Zusammenwirken mit den Tempora bestimmen zu können, muss TPL1 passend erweitert werden.

Angenommen, für den Operator $\boldsymbol{M}$ („es ist **morgen** der Fall, dass"), der das Adverb *morgen* repräsentieren soll, gelte die folgende semantische Regel:

- $[\![\boldsymbol{M}\phi]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t' \in FOLGETAG(t)$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t',g} = 1$, wobei $FOLGETAG(t)$ die Menge der Zeitpunkte ist, die in dem Tag enthalten sind, der t folgt.

Beispiel:

Anton wird morgen schlafen.

Für den Satz scheinen zwei mögliche semantische Repräsentationen zu existieren:

(a) $\boldsymbol{FM}schlafen'(Anton')$ („Es wird der Fall sein, dass es morgen der Fall ist, dass Anton schläft.")

(b) $\boldsymbol{MF}schlafen'(Anton')$ („Es ist morgen der Fall, dass es der Fall sein wird, dass Anton schläft.")

Unter den bisherigen Voraussetzungen gibt es für die beiden Repräsentationsmöglichkeiten entsprechend die folgenden Wahrheitsbedingungen:

(a) $[\![\boldsymbol{FM}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t < t'$ gilt: $[\![\boldsymbol{M}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t',g} = 1$, d.h. zu dem gilt, dass für mindestens ein $t'' \in T$ mit $t'' \in FOLGETAG(t')$ gilt: $[\![schlafen'(Anton')]\!]^{M,t'',g} = 1.$

(b) $[\![\boldsymbol{MF}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t' \in FOLGETAG(t)$ gilt: $[\![\boldsymbol{F}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t',g} = 1$, d.h. zu dem gilt, dass für mindestens ein $t'' \in T$ mit $t' < t''$ gilt: $[\![schlafen'(Anton')]\!]^{M,t'',g} = 1.$

Beide Interpretationen sind aber inadäquat:

(a) Der Satz kann dann wahr sein, wenn es irgendeinen Zeitpunkt t' nach t gibt, so dass Anton zu einem Zeitpunkt t'' innerhalb des Folgetags von t' schläft;

(b) der Satz kann dann wahr sein, wenn es einen Zeitpunkt t' innerhalb des Folgetags von t gibt, so dass Anton zu irgendeinem Zeitpunkt t'' nach t' schläft.

D.h. die angenommene semantische Regel für $\boldsymbol{M}$ reflektiert nicht, dass das Adverb *morgen* die Interpretationszeit des Futurs einschränkt.

Eine mögliche Lösung des Problems unter Beibehaltung der Priorischen Temporaloperatoren geht auf Hans Kamp (1971) zurück.

Die Idee ist, zwei unabhängige Zeitparameter anzunehmen, relativ zu denen die Ausdrücke interpretiert werden.

- Der eine Parameter – die **Äußerungszeit** – bleibt konstant und verweist immer auf die Zeit, zu der der betreffende Satz geäußert wird.

- Der zweite Parameter – die **Auswertungszeit** – kann durch die Tempusoperatoren verschoben werden.

Bei den Denotationen sind entsprechend zwei Zeitindizes zu berücksichtigen:

(1) **Äußerungszeit-** und

(2) **Auswertungszeitindex**

Notation:

$[\![\alpha]\!]^{M,t,t_0,g}$: die Denotation von α relativ zu dem Modell M, der Auswertungszeit t, der Äußerungszeit t_0 und der Variablenbelegung g

Die **semantischen Regeln** von TPL1 haben dann die folgende Form:

D5.2$^+$ Denotationen von nicht-logischen Grundausdrücken bzgl. M, t, t_0, und g

(1) Wenn τ eine IV ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,t,t_0,g} = g(\tau)$.

(2) Wenn τ eine IK ist, dann $[\![\tau]\!]^{M,t,t_0,g} = I(\tau, t)$.

(3) Wenn π eine PK ist, dann $[\![\pi]\!]^{M,t,t_0,g} = I(\pi, t)$.

D5.3+ Wahrheitswerte von Formeln bzgl. M, t, t_0 und g

(1) $[\![\pi(\tau_1,\ldots,\tau_n)]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw $\left\langle [\![\tau_1]\!]^{M,t,t_0,g},\ldots,[\![\tau_n]\!]^{M,t,t_0,g} \right\rangle \in [\![\pi]\!]^{M,t,t_0,g}$.

(2) – (5) analog zu (1).

(6) (a) $[\![\boldsymbol{P}\phi]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t' < t_0$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t',t_0,g} = 1$.

(b) $[\![\boldsymbol{F}\phi]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t_0 < t'$ gilt: $[\![\phi]\!]^{M,t',t_0,g} = 1$.

(7) $[\![\boldsymbol{M}\phi]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw $t \in FOLGETAG(t_0)$ und $[\![\phi]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$.

Die Operatoren $\boldsymbol{P}$ und $\boldsymbol{F}$ verschieben also den Auswertungszeitindex von t zu t'. Dagegen beinhaltet der Operator $\boldsymbol{M}$, dass der Auswertungszeitindex t innerhalb des Folgetages der Äußerungszeit t_0 liegen muss.

Angewandt auf den Satz *Anton wird morgen schlafen* ergeben sich damit für die beiden Repräsentationsmöglichkeiten die folgenden Wahrheitsbedingungen:

(a) $[\![\boldsymbol{FM}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t_0 < t'$ gilt: $[\![\boldsymbol{M}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t',t_0,g} = 1$, und das ist der Fall gdw $t' \in FOLGETAG(t_0)$ und $[\![schlafen'(Anton')]\!]^{M,t',t_0,g} = 1.$

(b) $[\![\boldsymbol{MF}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw $t \in FOLGETAG(t_0)$ und $[\![\boldsymbol{F}schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$, und das ist der Fall gdw für mindestens ein $t' \in T$ mit $t_0 < t'$ gilt: $[\![schlafen'(Anton')]\!]^{M,t',t_0,g} = 1.$

Offensichtlich kann $\boldsymbol{FM}schlafen'(Anton')$ als eine zulässige semantische Repräsentation des Satzes angesehen werden.

$\boxed{?}$ Welches Verhältnis hat $\boldsymbol{MF}schlafen'(Anton')$ zu dieser Repräsentation?

Dabei zeigt ein Vergleich mit den Wahrheitsbedingungen von $\boldsymbol{M} schlafen'(Anton')$, dass der Operator $\boldsymbol{F}$ redundant ist, wenn in seinem Skopus $\boldsymbol{M}$ steht.

- $[\![\boldsymbol{M} schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$ gdw $t \in FOLGETAG(t_0)$ und $[\![schlafen'(Anton')]\!]^{M,t,t_0,g} = 1$.

Die Feststellung stimmt mit der Beobachtung überein, dass der Satz *Anton schläft morgen* eine futurische Interpretation hat, obwohl er das Verb in Präsensform enthält.

5.3.2 Expliziter Zeitbezug in einer λ-Typenlogik

Nach Erweiterung der λ-Typenlogik (TLλ) durch Tempusoperatoren wie $\boldsymbol{P}$ und $\boldsymbol{F}$ können Tempora entsprechend durch λ-Terme des Typs $\langle t, t\rangle$ repräsentiert werden (wobei im Folgenden p eine Variable des Typs t ist):

- **Präteritum:** $\lambda p[\boldsymbol{P}(p)]$
- **Futur:** $\lambda p[\boldsymbol{F}(p)]$
- **Futur II:** $\lambda p[\boldsymbol{FP}(p)]$
- **Plusquamperfekt:** $\lambda p[\boldsymbol{PP}(p)]$

Daniel Gallin (1975) hat vorgeschlagen, Tempora in einer λ-Typenlogik zu repräsentieren, die einen explizitenZeitbezug erlaubt.

Dabei wird eine Menge von Typen angenommen, die als Basistypen neben t zwei Sorten von Entitäten enthält:

- Individuen e
- Zeiten s

Sätze werden allgemein als Ausdrücke vom Typ $\langle s, t\rangle$ behandelt, d.h. sie brauchen ein Zeitargument, um einen (wahrheitswertfähigen) Ausdruck vom Typ t bilden zu können.

Damit Sätze vom Typ $\langle s, t\rangle$ sein können, wird vorausgesetzt, dass Verben eine zusätzliche Argumentstelle für Zeiten haben.

Beispiel: **SR**(*schlafen*)$= \lambda x \lambda t[schlafen'(x)(t)]$

Die Tempora lassen sich in diesem Rahmen wie folgt repräsentieren (wobei p jetzt eine Variable vom Typ $\langle s,t \rangle$ ist):

- **Präteritum**: $\lambda p \lambda t \exists t' [t' < t \wedge p(t')]$
- **Futur**: $\lambda p \lambda t \exists t' [t < t' \wedge p(t')]$
- **Futur II**: $\lambda p \lambda t \exists t' [t < t' \wedge \exists t'' [t'' < t' \wedge p(t'')]]$
- **Plusquamperfekt**: $\lambda p \lambda t \exists t' [t' < t \wedge \exists t'' [t'' < t' \wedge p(t'')]]$

$\boxed{?}$ Von welchem Typ sind die angegebenen λ-Terme?

Beispiel:

Anton wird schlafen.

SR(*Anton wird schlafen*)

$= \lambda p \lambda t \exists t'[t < t' \wedge p(t')](\lambda x \lambda t[schlafen'(x)(t)](Anton'))$

$= \lambda p \lambda t \exists t'[t < t' \wedge p(t')](\lambda t[schlafen'(Anton')(t)])$

$= \lambda t \exists t'[t < t' \wedge schlafen'(Anton')(t')]$

Anwendung auf die Äußerungszeit t_0:

$\lambda t \exists t'[t < t' \wedge schlafen'(Anton')(t')](t_0)$

$= \exists t'[t_0 < t' \wedge schlafen'(Anton')(t')]$

Die Strategie eines expliziten Zeitbezugs führt natürlich zu komplexeren semantischen Repräsentationen. Ihr Vorzug liegt darin, dass die Bedeutung der Tempora direkt aus der Repräsentation ablesbar ist, während sie beim impliziten Zeitbezug erst in der Interpretation deutlich wird.

5.3.3 Tempusmorpheme als Modifikatoren

In der bisherigen Darstellung wurden die Tempora stets mit Hilfe von Satzoperatoren, genauer: mit Ausdrücken des Typs $\langle t,t\rangle$ bzw. $\langle\langle s,t\rangle,\langle s,t\rangle\rangle$ repräsentiert.

Das ist insofern inadäquat, als Tempus in natürlichen Sprachen mit finiten Verbformen oder Auxiliaren realisiert wird.

Beispiele:

(1) *Cäsar lach-te.*

(2) *Cäsar wird lachen.*

Dem kann dadurch entsprochen werden, dass die Tempusmorpheme als temporale Modifikatoren von Verben bzw. VPn behandelt werden.

Beispiel:

Cäsar lachte.

SR(*lach-*) $= \lambda x \lambda t[lachen'(x)(t)]$

SR(*-te*) $= \lambda R \lambda x \lambda t \exists t'[t' < t \wedge R(x)(t')]$

$\boxed{?}$ Von welchem Typ ist der angegebene λ-Term für das Präteritummorphem *-te*?

SR(*Cäsar lachte*)

$= \lambda R \lambda x \lambda t \exists t'[t' < t \wedge R(x)(t')](\lambda x \lambda t[lachen'(x)(t)])(Cäsar')$

$= \lambda x \lambda t \exists t'[t' < t \wedge \lambda x \lambda t[lachen'(x)(t)](x)(t')](Cäsar')$

$= \lambda x \lambda t \exists t'[t' < t \wedge lachen'(x)(t')](Cäsar')$

$= \lambda t \exists t'[t' < t \wedge lachen'(Cäsar')(t')]$

Beispiel:

Cäsar wird lachen.

SR(VP *lachen*) $= \lambda x \lambda t[lachen'(x)(t)]$

SR(Aux *werden*Futur) $= \lambda R \lambda x \lambda t \exists t'[t < t' \wedge R(x)(t')]$

SR(*Cäsar wird lachen*)

$= \lambda R \lambda x \lambda t \exists t'[t < t' \wedge R(x)(t')](\lambda x \lambda t[lachen'(x)(t)])(Cäsar')$

$= \lambda t \exists t'[t < t' \wedge lachen'(Cäsar')(t')]$

Die λ-Terme für Tempusflexive müssen sich der Stelligkeit des Verbs anpassen. D.h. für ein und dasselbe Flexiv gibt es mehrere semantische Repräsentationen von unterschiedlichem Typ.

Bei transitiven Verben muss z.B. das Präteritummorphem -*te* vom Typ $\langle\langle e,\langle e,\langle s,t\rangle\rangle\rangle,\langle e,\langle e,\langle s,t\rangle\rangle\rangle\rangle$ sein.

Beispiel:

Cäsar vertraute Anton.

SR(*vertrau-*) $= \lambda y\lambda x\lambda t[vertrauen'(y)(x)(t)]$

SR(-*te*) $= \lambda R\lambda y\lambda x\lambda t\exists t'[t' < t \wedge R(y)(x)(t')]$

SR(*Cäsar vertraute Anton*)

$= \lambda t\exists t'[t' < t \wedge vertrauen'(Anton')(Cäsar')(t')]$

Übungen

Ü5.1 – Ü5.7

Termin: nächstes Tutorium