UNIVERSITÄT LEIPZIG

Fakultät für Physik und Geowissenschaften

# Übungsaufgaben, Blatt XIV
# Experimentalphysik III, WiSe 2018/19

Prof. Grundmann, Dr. von Wenckstern wenckst@uni-leipzig.de

Ausgabe: 28.01. 2019, 18:00 Uhr
**Abgabe: 04.02. 2019, 12:00 Uhr**

**ZA11.** (a) Skizzieren Sie die Trajektorie $x = x(t)$ der Bewegung eines klassischen Teilchens im eindimensionalen Potenzialtopf einer Ausdehnung $0 \leq x \leq l$ für die Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x} = v$. **[2 Punkte]**

(b) Die Wahrscheinlichkeit, ein klassisches Teilchen im Kastenpotenzial der Länge $l$ bei unbekannten Anfangsbedingungen zwischen $x$ und $x + \mathrm{d}x$ anzutreffen, ist $\mathrm{d}W(x) = P(x)\mathrm{d}x = (1/l)\mathrm{d}x$. Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung $\Delta x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ des Ortes des Teilchens. **[3 Punkte]**

(c) Wie groß ist die mittlere Kraft eines Teilchens der kinetischen Energie $E_\mathrm{k}$ auf die Kastenwand? **[3 Punkte]**

**ZA12.** Man berechne für ein Teilchen im eindimensionalen, unendlich tiefen Potentialgraben der Breite $L$ die Erwartungswerte $\langle x \rangle_n$ **[2 Punkte]**
und $\langle E \rangle_n$ **[4 Punkte]**
und als Zusatzaufgabe für $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle_n$ **[4 Punkte]**.

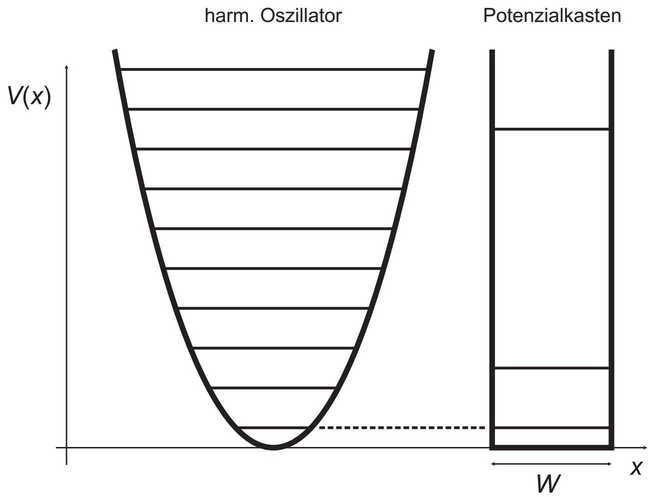
Die Wellenfunktion des Teilchens ist:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

**ZA13.**

- Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $P_n(x)$ für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons am Ort $x$ im Kastenpotenzial der Länge $l$ mit unendlich hoher Barriere für den Energiezustand $E_n$ an! Skizzieren Sie den Verlauf von $P_n(x)$ für die Zustände $n = 1, 2, 3$! **[2 Punkte]**
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein im Energieniveau $n = 2$ befindliches Elektron in einem Intervall $\Delta x = 10^{-2} l$ um die Orte $x = 0$; $l/4$; $l/2$; $l$ anzutreffen? **[2 Punkte]**
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit $W_n$ hält sich ein im Zustand $n$ befindliches Elektron im Bereich $0 \leq x \leq l/4$ des Kastens der Länge $l$ auf? Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für die Zustände $n = 1, 2, 3$ in diesem Bereich an! **[3 Punkte]**

**ZA14.** Quantenmechanische Systeme besitzen eine charakteristische, klassisch nicht erklärbare, Nullpunktsenergie. Ein Teilchen der Masse m befinde sich im Potential eines eindimensionalen harmonischen Oszillators. Wie groß muss die Federkonstante k des Oszillators sein, damit die Nullpunktsenergie (= Grundzustandsenergie) des Teilchens derjenigen entspricht, die auftritt, wenn dasselbe Teilchen in einem eindimensionalen Potentialkasten der Breite W mit unendlich hoher Barriere eingesperrt ist.




**[5 Punkte]**

**ZA15.** Berechnen Sie explizit alle Kugelflächenfunktionen für $l = 0, 1, 2$ und nutzen Sie dafür die aus der Vorlesung bekannten Rekursionsformeln für Legendrepolynome:

- für $m = 0$ gilt:

$$P_l(u) = \frac{1}{2^l \cdot l!} \frac{\mathrm{d}^l}{\mathrm{d}u^l} (u^2 - 1)^l \tag{ZA15.1}$$

  mit $u = \cos\theta$

- für $m \neq 0$ gilt:

$$P_l^m(u) = \frac{(1 - u^2)^{m/2}}{2^l \cdot l!} \frac{\mathrm{d}^{l+m}}{\mathrm{d}u^{l+m}} (u^2 - 1)^l \tag{ZA15.2}$$

  mit $u = \cos\theta$

Die Kugelflächenfunktion ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} Y_l^m(\theta, \phi) &= (-1)^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot N_l^m \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot \exp(im\phi) \\ N_l^m &= \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \end{aligned}$$

**[12 Punkte]**

**Gesamt:** **42 Punkte**