ANHANG - TEIL I

A Ergänzungen

A.1 Ergänzung zu § 3.4.1

Ein Wissen wurde in § 3.3.2 als eine zutreffende Überzeugung bestimmt, d.h. so:

DO: $W(X,A) := G(X,A) \wedge A$

Und so, wie wir in § 3.4.1 den Begriff des Gemeinsamen Wissens erklärt haben, gilt nunmehr auch für diesen:

L.𝒢1: $GW(\mathcal{P},A) \equiv GG(\mathcal{P},A) \wedge A$

sowie auch speziell:

L.𝒢2-1: $GW_1(\mathcal{P},A) \equiv GG_1(\mathcal{P},A) \wedge A$

Analog wie beim einfachen Wissensbegriff kann man daher auch ein Gemeinsames Wissen als einen zutreffenden Gemeinsamen Glauben sowie ein gemeinsames Wissen 1.Stufe als einen zutreffenden gemeinsamen Glauben 1.Stufe charakterisieren.

Dennoch wäre es falsch, wenn man diese Analogie weiter generalisieren und so auch den allgemeinen Fall eines gemeinsamen Wissens n-ter Stufe mit einem zutreffenden gemeinsamen Glauben n-ter Stufe, d.h. mit

(i) $GG_n(\mathcal{P},A) \wedge A$

gleichsetzen würde. Sehen wir uns kurz an, welche Konsequenzen dieser Ansatz schon in dem simplen Fall n=2 hätte:

Wie die Behauptung

(ii) $GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_{n-1}(\mathcal{P},A)$ Für beliebige $n > 1$

nicht generell gültig ist, so insbesondere auch nicht für n=2: Für den Fall nämlich, daß die Mitglieder einer bestimmten (z.B. einfach durch eine Liste von Namen definierten) Gruppe P gar nicht wissen, daß sie selber zu der betreffenden Gruppe P gehören (auf der betreffenden Liste stehen), kann es sogar sein, daß zwar jeder aus der Gruppe glaubt, daß jeder aus der Gruppe (bzw. auf der Liste) glaubt, daß A (z.B.: daß die Liste vom CIA erstellt worden ist) - jeder dieser Leute aber selber glaubt, daß nicht-A, wobei dieser letztere Glaube für den Fall, daß tatsächlich A gilt, natürlich falsch ist. M.a.W.: $GG_1(P,GG_1(P,A)) \wedge A$ - d.h. (i): $GG_2(P,A) \wedge A$ - ist durchaus sogar mit $GG_1(P,\neg A)$ verträglich; und so auch mit $\neg GG_1(P,A)$, also auch mit $\neg GW_1(P,A)$, also auch mit $GG_1(P,\neg GW_1(P,A))$, und so auch mit $\neg GG_1(P,GW_1(P,A))$ - insbesondere also auch mit $\neg GW_1(P,GW_1(P,A))$, i.e. mit $\neg GW_2(P,A)$. (Im Widerspruch zur angeblichen Gleichheit von $GW_2(P,A)$ und (i).) Auch in einem solchen Fall, wo keine der erwähnten Überzeugungen richtig ist, trotzdem von einem gemeinsamen Wissen reden zu wollen, wäre absurd.

Anstatt der falschen Behauptung

(i-2) $$GW_2(P,A) \equiv GG_2(P,A) \wedge A$$

ist vielmehr richtig:

(i-2)* $$GW_2(P,A) \equiv GG_1(P,A) \wedge GG_2(P,A) \wedge A$$

Und statt

(i-n) $$GW_n(P,A) \equiv GG_n(P,A) \wedge A \qquad \text{Für beliebige } n \geq 1$$

gilt entsprechend:

L.$\mathcal{G}$2: $GW_n(\mathcal{P},A) \equiv \bigwedge m(1 \leq m \geq n \supset GG_m(\mathcal{P},A)) \wedge A$ "

Es ist in $\mathcal{P}$ gemeinsames Wissen n-ter Stufe, daß A, gdw. es in $\mathcal{P}$ gemeinsamer Glaube 1. bis n-ter Stufe ist, daß A, und A tatsächlich der Fall ist

Soll auch ein gemeinsames Wissen n-ter Stufe durch Bezug auf zu= treffende gemeinsame Überzeugungen charakterisiert werden, so ist eine solche Charakterisierung also nur dann adäquat, wenn sie sich auch auf alle in dem betreffenden gemeinsamen Wissen involvierten gemeinsamen Überzeugungen (1. bis n-ter Stufe) bezieht.

Wie wir schon gesehen haben, sind weder der Satz

(ii) $GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_{n-1}(\mathcal{P},A)$ Für beliebiges $n>1$

noch, allgemeiner, der Satz

(iii) $GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_m(\mathcal{P},A)$ Für beliebige $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

generell gültig. Hingegen gilt, wie schon L.$\mathcal{G}$2 zeigt,

L.$\mathcal{G}$3: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_{n-1}(\mathcal{P},A)$ Für beliebiges $n>1$

und somit auch

L.$\mathcal{G}$3.1: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_m(\mathcal{P},A)$ Für beliebige $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

und damit wegen

L.$\mathcal{G}$3.2: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GG_n(\mathcal{P},A)$ Für beliebiges $n \geq 1$

natürlich auch

L.$\mathcal{G}$3.3: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GG_m(\mathcal{P},A)$ Für beliebige $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

Nun beruhte unsere obige Argumentation dafür, daß (ii) nicht generell gültig ist, aber gerade auf der (von (ii) ja nicht ausgeschlossenen) Annahme solcher Fälle, in denen die jeweiligen $\mathcal{P}$-Mitglieder nicht wissen, daß sie selber zu $\mathcal{P}$ gehören. Aber was ist, wenn wir einen solchen Fall aus= schließen? Ist (ii) zumindest dann generell gültig? Daß dem in der Tat so ist, ergibt sich direkt aus

L.$\mathcal{G}$4: $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(x,x\varepsilon\mathcal{P})) \supset (GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_{n-1}(\mathcal{P},A))$ Für bel.n>1

weshalb dann auch gilt:

L.$\mathcal{G}$4.1: $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(x,x\varepsilon\mathcal{P})) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_m(\mathcal{P},A))$ Für bel. $m,n\geq 1$, mit $m\leq n$

Und somit schließlich auch:

L.$\mathcal{G}$4.2: $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(x,x\varepsilon\mathcal{P})) \supset$
$(GW_n(\mathcal{P},A) \equiv GG_n(\mathcal{P},A) \wedge A)$ Für bel. $n\geq 1$

Weiß jeder aus $\mathcal{P}$, daß er selbst zu $\mathcal{P}$ gehört, so gilt: Es ist in $\mathcal{P}$ gemeinsames Wissen n-ter Stufe, daß A, gdw. es in $\mathcal{P}$ gemeinsamer Glaube n-ter Stufe ist, daß A, und A tatsächlich der Fall ist

Kurz: Auch wenn die Gleichsetzung eines gemeinsamen Wissens n-ter Stufe mit einer zutreffenden gemeinsamen Überzeugung n-ter Stufe nicht generell adäquat ist, so ist sie es doch unter der Voraussetzung, daß jeder aus der betreffenden Gruppe weiß, daß er zu ihr gehört.

A.2 Grundprinzipien für gemeinsames Glauben/Wissen n-ter Stufe

In 3.4.2 hatte ich auf eine Reihe von Parallelen zwischen einigen Grundgesetzen für den einfachen Glaubensbegriff G(X,A) einerseits und entsprechenden Gesetzen für GG($\mathcal{P}$,A) bzw. GW($\mathcal{P}$,A) andererseits aufmerksam gemacht. Fragen wir uns nun, ob es entsprechende Parallelen nicht auch bei unseren Begriffen des gemeinsamen Glaubens/Wissens n-ter Stufe gibt.

Zuerst zu den Unterschieden: Wie schon die GG- bzw. GW- Entsprechungen zu dem Gesetz

G5: $\neg G(X,A) \supset G(X,\neg G(X,A))$

nicht gültig waren, so auch nicht (und zwar aus dem gleichen Grund - vgl. 3.4.2, S.234) die GG_n - bzw. GW_n- Entsprechungen. Während jedoch in Entsprechung zu

G4: $G(X,A) \supset G(X,G(X,A))$

die Sätze

T.$\mathcal{G}$4: $GG(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},GG(\mathcal{P},A))$
T.$\mathcal{G}$4*: $GW(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P},GW(\mathcal{P},A))$

gültig waren, gilt analoges für unsere GG_n - bzw. GW_n - Begriffe sicher nicht: Denn andernfalls würde ja z.B. bei $GG_n(\mathcal{P},A)$, wobei $n \geq 1$, auch $GG_n(\mathcal{P},GG_n(\mathcal{P},A))$ - i.e. (s. L.$\mathcal{G}$13) $GG_{n+n}(\mathcal{P},A)$ gelten, weshalb dann schon aus $GG_1(\mathcal{P},A)$ direkt folgte, daß auch GG($\mathcal{P}$,A) - was aber gerade nicht gelten soll: Kein gemeinsamer Glaube n-ter Stufe impliziert einen solchen Glauben n+m-ter Stufe - für beliebiges $m \geq 1$.

Hingegen kann man sich leicht klarmachen, daß die jeweiligen GG_n- und GW_n- Entsprechungen zur Regel RG und zu den Gesetzen G1 bis G3 wiederum gültig sind. (Beweise in C.4.) M.a.W.: Statt dem Satz ($\mathcal{GG}$) von 3.4.2 gilt für die 'Stufen'-Begriffe lediglich:

($\mathcal{GG}_n$) Unsere Begriffe des gemeinsamen Glaubens und Wissens n-ter Stufe (für bel. n≥1) folgen bis auf die Analogie zu G4 und G5 genau den analogen Grundprinzipien wie unser Begriff des (starken, rationalen) Glaubens selbst.

Und daraus folgt wieder direkt:

($\mathcal{GG}_n$.1) Ist ein G-Theorem allein mit Hilfe der Prinzipien G1 bis G3 und der Regel RG beweisbar, dann sind auch die analogen GG_n- und GW_n-Sätze entsprechend[1] beweisbar.

Natürlich wird man sich auch den Vorteil dieser Entdeckung nicht entgehen lassen - und so außer mit den eben als gültig formulierten Entsprechungen zu RG und G1 bis G3 auch mit den sich nach ($\mathcal{GG}_n$.1) ergebenden Folgerungen arbeiten: Da z.B. die Sätze

a) $A \supset B \vdash G(X,A) \supset G(X,B)$

b) $G(X,A) \wedge G(X,B) \equiv G(X,A \wedge B)$

c) $G(X,A \equiv B) \supset (G(X,A) \equiv G(X,B))$

schon allein mit RG und G1 beweisbar sind, also z.B. - um jeweils nur eine n-stufige gemeinsame Glaubens/Wissens-Parallele anzu= führen (vgl. die umfassendere Liste in C.3) - auch mit den Gesetzen

T.$\mathcal{G}$5-1: $A \supset B \vdash GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_n(\mathcal{P},B)$ Für bel.n≥1

T.$\mathcal{G}$6*-1: $GW_n(\mathcal{P},A) \wedge GW_n(\mathcal{P},B) \equiv GW_n(\mathcal{P},A \wedge B)$ "

T.$\mathcal{G}$7*-1: $GW_n(\mathcal{P},A \equiv B) \supset (GW_n(\mathcal{P},A) \equiv GW_n(\mathcal{P},B))$ "

---

1) D.h. natürlich: Mit Hilfe von RG und G1 bis G3 (bzw. den damit beweisbaren Theoremen) <u>und</u> mit den D18-er GG_n- bzw. GW_n- Definitionen.

A.3 Ergänzung zu 3.4.3

In 3.3.5 hatte ich untersucht, unter welchen Voraussetzungen bei einer in-sensu-diviso/in-sensu-composito-Allgemeinheit entsprechende de re/de dicto Allspezifizierungen (in Glaubenskontexten) legitim sind bzw. wann, von speziellen de re/de dicto-Sätzen ausgehend, entsprechende in-sensu-diviso/in-sensu-composito Generalisierungen. Und in 3.4.3 hatte ich dann eine in 3.3.5 zunächst nur für den einfachen Glauben einer Person X formulierte Lösung auch auf den Gemeinsamen Glauben einer Gruppe $\mathcal{P}$ übertragen. Um den Leser im Hauptteil dieser Arbeit aber nicht zu stark mit formalen Darstellungen zu belasten, hatte ich in 3.4.3 freilich nur noch einen der in 3.3.5 diskutierten drei Wege erwähnt. Die entsprechend umfassendere Parallelisierung will ich daher an dieser Stelle nachholen. (Damit der Leser nicht auf weitere Querverweise angewiesen ist, nehme ich eine gewisse Wiederholung des schon in 3.4.3 zum dritten Weg Gesagten dabei in Kauf.) Ich argumentiere i.f. völlig analog wie in 3.3.5.

÷÷÷

Man beachte: Wie schon in 3.3.5 erwähnt, gelten die folgenden Sätze auch entsprechend für GG_n statt GG (bzw. GW_n statt GW). Die jeweiligen Entsprechungen sind (mit den dazugehörigen Beweisen) in D.1, Teil (b), zusammengestellt.

÷÷÷

Um zu entscheiden, unter welchen Voraussetzungen man von der eine (auf die B-Dinge bezogene) Allgemeinheit in sensu composito ausdrückende Formulierung

(5*) $GG(\mathcal{P}, \bigwedge x B(x) \supset F(x)))$

bzw. von der entsprechenden in sensu diviso Formulierung

(6*) $\bigwedge x B(x) \supset GG(\mathcal{P},F(x)))$

jeweils auf den de dicto Satz

(7*) $GG(\mathcal{P},F(b_1) \wedge \ldots \wedge F(b_m))$

bzw. auf den ausschließlich aus den entsprechenden de re Sätzen zusammengesetzten Satz[1]

(8*) $\bigvee x(x=b_1 \wedge GG(\mathcal{P},F(x))) \wedge \ldots \wedge \bigvee x(x=b_m \wedge GG(\mathcal{P},F(x)))$

schließen darf - und umgekehrt, wollen wir wiederum gleich solche Bedingungen angeben, unter denen jeder der eben er= wähnten Schlüsse gültig wäre.[2] Und da selbiges auf jeden Fall unter solchen Voraussetzungen gilt, unter denen jeder der Sätze (5*) bis (8*) mit jedem dieser Sätze logisch äqui= valent ist, suchen wir eben wieder gleich nach solchen.

Sie ergeben sich wieder so: Zwei Sätze von der Form

(9) $\bigwedge x(B(x) \supset C(x))$

bzw.

(10) $C(b_1) \wedge \ldots \wedge C(b_m)$

---

1) Auch hier beachte man, daß (8*) dasselbe besagt wie

(8*') $\bigwedge x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \supset GG(\mathcal{P},F(x)))$

2) Wie die jeweils schwächeren Voraussetzungen aussehen, unter denen nur jeweils bestimmte dieser Schlüsse gültig sind, das mag der Leser wieder den Hilfssätzen entnehmen, mit denen die
14 Theoreme T.$\mathcal{G}$11 und T.$\mathcal{G}$13 in D.3 und die verbleibenden folgenden Äquivalenzbehauptungen in D.1, Teil (b), bewiesen sind.

sind (p.l.) äquivalent, wenn $\{x: B(x)\} = \{b_1, \ldots, b_m\}$, d.h. falls gilt

$$(0.\beta) \quad \bigwedge x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \equiv B(x)) \ .$$

Und daher sind (6*) und (8) unter Voraussetzung von (0.β) (e.l.) äquivalent; und ebenso die Sätze (5*) und (7*) unter Voraussetzung von GG($\mathcal{P}$,(0.β)). Als Zwischenergebnis erhalten wir somit: Gilt GW($\mathcal{P}$,(0.β))- d.h. gilt (0.β) und GG($\mathcal{P}$,(0.β)) - so ist (5*) mit (7*) und (6*) mit (8*) äquivalent.

Alle Sätze aus der Gruppe (5*) bis (8*) wären nun untereinander äquivalent, wenn mindestens noch ein weiteres Satzpaar aus dieser Gruppe äquivalent wäre. Solche Äquivalenzen haben wir jedoch in 3.4.3 (in Analogie zu 3.3.4 und 3.3.5) bereits kennengelernt.

Erster Fall: Nach T.$\mathcal{G}$13 ist (5*) mit (6*) äquivalent, wenn es in $\mathcal{P}$ Gemeinsames Wissen ist, welche Dinge B-Dinge sind und welche nicht, d.h. wenn gilt:

$$(0.\alpha)^* \qquad \bigwedge x(GW(\mathcal{P},B(x)) \vee GW(\mathcal{P},\neg B(x)))$$

Eine erste Antwort auf die Frage, wann alle Sätze aus (5*) bis (8*) äquivalent, und somit auch alle oben erwähnten fraglichen Schlüsse gültig sind, ist somit diese: Sie sind es unter der Voraussetzung

$$(I)^* \qquad (0.\alpha)^* \wedge GW(\mathcal{P},(0.\beta))$$

Zweiter Fall: Nach T.$\mathcal{G}$11 ist (7*) mit (8*) äquivalent, falls für jeden Gegenstandsterm b_i aus der Folge $\mathcal{B} = \langle b_1, \ldots, b_m \rangle$ gilt: Es ist Gemeinsames Wissen in $\mathcal{P}$, wer/welches Ding b_i ist, d.h. wenn gilt:

$$(QV^*_{\mathcal{B}})^* \qquad VxGW(\mathcal{P}, x=b_1) \wedge \ldots \wedge VxGW(\mathcal{P}, x=b_m)$$

Eine zweite Antwort ist also diese: Alle Sätze aus (5*) bis (8*) sind äquivalent, und so auch alle erwähnten fraglichen Schlüsse gültig, falls gilt:

$$(II)^* \qquad (QV^*_{\mathcal{B}})^* \wedge GW(\mathcal{P}, (0.\beta))$$

Und daraus ergibt sich nun die von mir schon in 3.4.3 an=geführte dritte Antwort. Denn es gilt:

$$L.\mathcal{G}16{:} \qquad (0.\alpha)^* \wedge (QV^*_{\mathcal{B}})^* \supset ((0.\beta) \supset GW(\mathcal{P}, (0.\beta)))$$

Und daher - und das ist die dritte Antwort - sind alle Sätze (5*) bis (8*) äquivalent und so auch alle fraglichen Folgerungsbeziehungen zwischen ihnen unproblematisch, falls gilt:

$$(III)^* \qquad (0.\alpha)^* \wedge (QV^*_{\mathcal{B}})^* \wedge (0.\beta)$$

A.4 GG^{re}

In 3.4.1 wurden lediglich solche Begriffe des gemeinsamen Glaubens und Wissens bestimmt, die bezüglich der Mitgliedschaft in der jeweiligen Bezugsgruppe allgemein in sensu composito - also in diesem Sinne ausschließlich <u>de dicto</u> Glaubensbegriffe - sind. Fragen wir uns nunmehr, wie entsprechende <u>de re</u> Begriffe zu erklären wären.

Betrachten wir einen solchen (bezüglich der Mitgliedschaft in $\mathcal{P}$) de re gemeinsamen Glauben in $\mathcal{P}$ zunächst einmal nur aus der Sicht eines bestimmten Mitglieds $X\varepsilon\mathcal{P}$, dann wären die ersten Schritte eines solchen gemeinsamen Glaubens so anzusetzen: Trivialerweise ergäbe sich als

$1.^{re}$ Stufe: $G(X,A)$

M.a.W.: Auf der 1.Stufe wird der Unterschied zwischen einem de dicto und einem de re gemeinsamen Glauben (bezüglich der $\mathcal{P}$-Mit= gliedschaft) noch gar nicht relevant. Er tritt erst auf der nächsten Stufe zutage. Der de dicto Formulierung

2.Stufe $G(X,\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(x,A))$

X glaubt, <u>daß</u> alle aus $\mathcal{P}$ glauben, daß A

entspricht nunmehr natürlich als

$2.^{re}$ Stufe: $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(X,G(x,A)))$

X glaubt <u>von</u> allen aus $\mathcal{P}$, daß diese glauben, daß A

Und als nächste Stufe wird man dann ansetzen können:[1]

$3.^{re}$ Stufe: $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset G(X,\Lambda y(y\varepsilon\mathcal{P}\supset G(x,G(y,A)))))$

X glaubt <u>von</u> allen aus $\mathcal{P}$, daß diese <u>von</u> allen aus $\mathcal{P}$ glauben, daß sie glauben, daß A

---

1) s. folgende S.

1) Hingegen scheint es nicht so leicht zu sein, einen auch intuitiv durchsichtigen Sinn auch mit solchen Formulierungen wie z.B. der weiteren '<u>Re</u>alisierung' der 3.Stufe zu ver=binden:

3': $\quad \Lambda x \Lambda y (x \varepsilon \mathcal{P} \wedge y \varepsilon \mathcal{P} \supset G(X,G(x,G(y,A)))$

Aber wie dem auch sei: Formal ist zu beachten, daß beide Formulierungen äquivalent wären, falls $\Lambda x(W(X,x\varepsilon\mathcal{P}) \vee W(X,\neg(x\varepsilon\mathcal{P})))$. Und analog wäre dann auch $GG^{re}(\mathcal{P},A)$ mit einem durchgängig mit Hilfe solcher vollständiger '<u>Re</u>alisierungen' formulierten gemeinsamen Glauben äquivalent, falls $\Lambda x(GW(\mathcal{P},x\varepsilon\mathcal{P}) \vee GW(\mathcal{P},\neg(x\varepsilon\mathcal{P})))$ Das ist aber genau die Voraussetzung, unter der nach T.$\mathcal{G}$14 ein im de re Sinne gemeinsamer Glaube (und zwar $GG^{re}(\mathcal{P},A)$, wie auch dessen vollständige '<u>Re</u>alisierung') auch mit dem ent=sprechenden de dicto gemeinsamen Glauben äquivalent ist - und von daher brauchen und werden wir i.f. auf die eben verdeutlichten (formalen) de re Varianten nicht weiter ein(zu)gehen.

Und um schließlich auch noch die 4.Stufe nach diesem Muster zu konstruieren und eben dieses damit weiter zu verdeutlichen:

4.^{re} Stufe: $\Lambda x(x\varepsilon P \supset G(X,\Lambda y(y\varepsilon P \supset G(x,\Lambda z(z\varepsilon P \supset G(y,G(z,A)))))))$

Allgemein definieren wir daher:

D18.g: $GG_1^{re}(X,P,A) \quad := \quad G(X,A)$

Es ist von X aus gesehen in P gemeinsamer de re Glaube 1.Stufe, daß A

D18.h: $GG_{n+1}^{re}(X,P,A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon P \supset GG_1^{re}(X,P,GG_n^{re}(x,P,A)))$

Es ist von X aus gesehen in P gemeinsamer (de re) Glaube n+l-ter Stufe, daß A

D18.i: $GG^{re}(X,P,A) \quad := \quad \Lambda n GG_n^{re}(X,P,A)$

Es ist von X aus gesehen in P gemeinsamer (de re) Glaube, daß A

Und von diesen Hilfsbegriffen ausgehend, läßt sich dann ein gemeinsamer (de re) Glaube in P leicht so bestimmen:

D18.j: $GG^{re}(P,A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon P \supset GG^{re}(x,P,A))$

Es ist in P gemeinsamer (de re) Glaube, daß A <u>gdw</u>. es von jedem Mitglied von P aus gesehen in gemeinsamer (de re) Glaube ist, daß A

Nun gilt aber bereits prädikatenlogisch:

(*) $\Lambda x(x\varepsilon P \supset GG^{re}(x,P,A)) \equiv \Lambda n \Lambda x(x\varepsilon P \supset GG_n^{re}(x,P,A))$

und so dürfen wir auch setzen:

D18.k: $GG_n^{re}(P,A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon P \supset GG_n^{re}(x,P,A))$

Es ist in P gemeinsamer (de re) Glaube n-ter Stufe, daß A

Und wieder die entsprechenden Begriffe für ein gemeinsames (de re) Wissen:

D18.l: $GW_1^{re}(X,\mathcal{P},A) \quad := \quad W(X,A)$

D18.m: $GW_{n+1}^{re}(X,\mathcal{P},A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset GW_1^{re}(X,\mathcal{P},GW_n^{re}(X,\mathcal{P},A)))$

D18.n: $GW^{re}(X,\mathcal{P},A) \quad := \quad \Lambda n GW_n^{re}(X,\mathcal{P},A)$

D18.o: $GW^{re}(\mathcal{P},A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset GW^{re}(x,\mathcal{P},A))$

Und da

(**) $\Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset GW^{re}(x,\mathcal{P},A)) \equiv \Lambda n \Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset GW_n^{re}(x,\mathcal{P},A))$

dürfen wir auch wieder setzen:

D18.p: $GW_n^{re}(\mathcal{P},A) \quad := \quad \Lambda x(x\varepsilon\mathcal{P} \supset GW_n^{re}(x,\mathcal{P},A))$

Aufgrund dieser Bestimmungen gilt nun auch wieder:

L.$\mathcal{G}$1': $GW^{re}(\mathcal{P},A) \equiv GG^{re}(\mathcal{P},A) \wedge A$

Und anders als bei $GW_n(\mathcal{P},A)$ - vgl. oben A.1 - gilt für ein durch $GW_n^{re}(\mathcal{P},A)$ ausgedrücktes gemeinsames Wissen n-ter Stufe auch das folgende Prinzip uneingeschränkt:

L.$\mathcal{G}$2' $GW_n^{re}(\mathcal{P},A) \equiv GG_n^{re}(\mathcal{P},A) \wedge A$

Beim de re gemeinsamen Wissen (n-ter Stufe) treten daher die in A.1 diskutierten Probleme des de dicto gemeinsamen Wissens erst gar nicht auf. Man kann daher ein solches <u>gemeinsames Wissen</u> wieder ganz problemlos mit den entsprechenden <u>zutreffen=den gemeinsamen Überzeugungen</u> gleichsetzen.

Der Grund dafür ist der: Anders als bei der de dicto Variante gilt beim de re gemeinsamen Glauben außer

L.$\mathcal{G}$3.1': $GW^{re}_n(\mathcal{P},A) \supset GW^{re}_m(\mathcal{P},A)$ Für bel. m,n≧1, mit m≦n

auch der Satz

L.$\mathcal{G}$4.1': $GG^{re}_n(\mathcal{P},A) \supset GG^{re}_m(\mathcal{P},A)$ "

ganz uneingeschränkt.

Unter welcher Voraussetzung ein bezüglich der Gruppenzuge= hörigkeit im de re Sinne gemeinsamer Glaube n-ter Stufe mit einem entsprechenden de dicto gemeinsamen Glauben äquivalent ist, sagt das folgende Theorem:

T.$\mathcal{G}$14-1: $\bigwedge x(GW_{n-1}(\mathcal{P},x\varepsilon\mathcal{P}) \vee GW_{n-1}(\mathcal{P},\neg(x\varepsilon\mathcal{P}))) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},A) \equiv GG^{re}_n(\mathcal{P},A))$

B Symbole

B.1 Auch schon in Grundbegriffe eingeführte Symbole

Aussagen- und prädikatenlogische Symbole wie in Kutschera/Breitkopf (1971).

G(X,A)	wie in Kutschera (1976), 4.2.
P(X,A)	wie in Kutschera (1980)
P(X,A,B)	=″=
K(A,B)	wie in Kutschera (1976), 3.

-

f(X)	
t^{o},t,t'	
T(X,f)	
Rat(T(X,f))	Rationalitätskriterien
W(X,A)	D0
I(X,f,A)	D1
I(X,f)	D1.1
MI(S,H,f,e)	D2
MI(S,H,f,e)	D2'
VAI(Y,X,f,A)	D3.1
VAI(Y,X,f)	D3.1.1
VAKV(Y,S,H,f,r)	D3.2
VAKV(Y,S,H,f)	D3.2.1
RVAI(Y,X,f,A)	D4.1

RVAKV(Y,S,H,f,r)	D4.2
VI(Y,X,f)	D6
VKV(Y,S,H,f)	D7
VKV_i(Y,S,H,f)	D7'
I_n(S,H,f,r)	D9(a) und (b)
I*(S,H,f,r)	D9(c)
I_n(S,H,f,p)	
I*(S,H,f,p)	
HI_n(S,H,f,r)	D10(a) und (b)
HI*(S,H,f,r)	D10(c)
HI_n(S,H,f,p)	
HI*(S,H,f,p)	
KV_n	D11(a) und (b)
KV*	D11(c)
KV(S,H,f,r) := KV*	
KV(S,H,f,p)	D11'
KV(S,H,f)	D11.1
KV_i(S,H,f)	D11.1'
IE(X,f,A)	D12
IE(X,f)	D12.1

$KE(S,H,f,r)$	D13
$KE(S,H,f,p)$	D13'
$KE(S,H,f)$	D13.1
$KE_i(S,H,f)$	D13.1'

8.2 Erst hier eingeführte Symbole

$GG_n(\mathcal{P},A)$	D18 a / 1b
$GG(\mathcal{P},A)$	c
$GW_n(\mathcal{P},A)$	d 1e
$GW(\mathcal{P},A)$	f
$GG_n^{re}(\mathcal{P},A)$	
$GG^{re}(\mathcal{P},A)$	
$GW_n^{re}(\mathcal{P},A)$	
$GW^{re}(\mathcal{P},A)$	

$GG_n^{re}(X,\mathcal{P},A)$
$GG(X,\mathcal{P},A)$
$GW_n^{re}(Y,\mathcal{P},A)$
$GW(Y,\mathcal{P},A)$

$WG_n(X,\mathcal{P},F(\hat{Y}))$	D19
$WG(X,\mathcal{P},F(\hat{Y}))$	
$WG(\mathcal{P},F(\hat{Y}))$	
$WG_n(\mathcal{P},F(\hat{Y}))$	

$WG^1(X,P,F(Y))$	D19.1
$WG^2(X,P,F(Y))$	D19.2
$WG(a,\{a,b\},F(b))$	D19.1.1
$WG(a,\{a,b\},F(a))$	D19.1.2

D20

$B_o(P,\Sigma,f,r)$	D21.~~1~~ 1
$B_o(P,\Sigma,f,p)$	D21.1a
$B(P,\Sigma\ ,f,r)$	D21.~~2~~ 2
$B(P,\Sigma,f,p)$	D21.2a
$B(P,\Sigma,f)$	D22.~~2.1~~
$B(P,f)$	D22.~~2.2~~
$S(s)$	D22(a)
$H(s)$	D22(b)
$B(P,\Sigma,F,f)$	D23
$B(P,\Sigma,F,p)$	D23a
$DB_i(P,\Sigma,f,\pi)$	D24.1
$DB_d(P,\Sigma,f,\pi)$	D24.2
$DB_i(P,\Sigma,F,\pi)$	D24.3
$DB_d(P,\Sigma,F,\pi)$	D24.4
$DB_i(P,\Sigma,F)$	D24,5
$DB_i(P,F)$	D24.6

$S(\mathcal{P},\Sigma,A,f,r)$	D33.1
$S(\mathcal{P},\Sigma,c)$	D33.2
$SK(\mathcal{P},\Sigma,A,c,f,r)$	D34.1
$SK(\mathcal{P},\Sigma,c)$	D34.2
$KS(\mathcal{P},\Sigma,f,r)$	D35

C Voraussetzungen und Prinzipien

C.O Voraussetzungen: Wie in Grundbegriffe

V1: $\neg G^o(X,T(X,f)) \wedge \neg G^o(X,\neg T(X,f))$

V2.1 $T(X,f) \supset (G(X,A) \equiv G^o(X,K(A,T(X,f))))$

V2.2 $\neg T(X,f) \supset (G(X,A) \equiv G^o(X,\neg T(X,f) \supset A))$

V2.3: $G(X,G^o(X,A)) \supset G^o(X,A)$

V3: $P(X,A) \equiv P^o(X,A)$

V4: $G^o(S,\neg K\neg I) \wedge G^o(S,\neg K(T(S,f)))$

V5: $G^o(S,K(G'(H,T(S,f)),T(S,f))) \wedge$
$G^o(S,K(G'(H,\neg T(S,f)),\neg T(S,f)))$

V6: $G^o(S,\neg K\neg G'(H,I)) \wedge G^o(S,\neg K(G'H,I)))$

V5.E: $K(G'(H,T(S,f)),T(S,f))) \wedge K(G'(H,\neg T(S,f)),\neg T(S,f)))$

V6.E: $\neg K\neg G'(H,I) \wedge \neg K(G'(H,I))$

Folgerungen:

T.V1: $G^o(S,\neg K\neg T(S,f))$

T.V2: $G^o(S,K(G'(H,T(S,f)) \equiv T(S,f)))$

T.V2.1 $G^o(S,G'(H,T(S,f)) \equiv T(S,f))$

T.V3: $G^o(S,\neg K\neg G'(H,T(S,f)))$

T.V4: $G^o(X,A) \supset G(X,G^o(X,A))$

Beweise für weitere V-Theoreme

<u>Für T.V1.E:</u> $\neg K\neg T(S,f) \wedge \neg K(T(S,f))$

Angenommen: $K\neg T(S,f)$; dann aus $K(G'(H,\neg T(S,f)),\neg T(S,f))$ – aus V5.E – mit TC12 $K(G'(H,\neg T(S,f)))$, mit RC,C3 also wegen C5 auch $K(\neg G'(H,T(S,f)))$ – im Widerspruch zu V7.E. Also: $\neg K\neg T(S,f)$

Angenommen: $K(T(S,f))$; dann aus $K(G'(H,T(S,f)),T(S,f))$ – aus V5.E – mit TC12 $K(G'(H,T(S,f)))$ – im Widerspruch zu V7.E. Also: $\neg K(T(S,f))$.

<u>Für T.V5.E:</u> $G'(H,T(S,f)) \supset T(S,f)$

Aus V5.E $K(G'(H,\neg T(S,f)),\neg T(S,f)))$; da wegen G1 $G'(H,\neg T(S,f)) \supset \neg G'(H,T(S,f))$, mit RC,C3 $K(\neg G'(H,T(S,f)),\neg T(S,f))$, mit C6 also $\neg T(S,f) \supset \neg G'(H,T(S,f))$, d.h. also $G'(H,T(S,f)) \supset T(S,f)$.

C.3 Prinzipien interpersonellen Glaubens und Wissens

C.3.1 Prinzipien gemeinsamen Glaubens und Wissens

(i) Grundprinzipien

In direkter Entsprechung zu den Prinzipien/Regeln RG und G1 bis G4 der Logik des (starken) Glaubensbegriffs G(X,A) gelten:

T.$\mathcal{G}$0:	$A \vdash GG(\mathcal{P},A)$	
T.$\mathcal{G}$0-1:	$A \vdash GG_n(\mathcal{P},A)$	Für bel. $n \geq 1$
T.$\mathcal{G}$0*:	$A \vdash GW(\mathcal{P},A)$	
T.$\mathcal{G}$0*-1:	$A \vdash GW_n(\mathcal{P},A)$	" "

T.$\mathcal{G}$1:	$GG(\mathcal{P},A \supset B) \supset (GG(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},B))$	
T.$\mathcal{G}$1-1:	$GG_n(\mathcal{P},A \supset B) \supset (GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_n(\mathcal{P},B))$	"
T.$\mathcal{G}$1*:	$GW(\mathcal{P},A \supset B) \supset (GW(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P},B))$	
T.$\mathcal{G}$1*-1:	$GW_n(\mathcal{P},A \supset B) \supset (GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_n(\mathcal{P},B))$	"

T.$\mathcal{G}$2:	$GG(\mathcal{P},A) \supset \neg GG(\mathcal{P},\neg A)$	
T.$\mathcal{G}$2-1:	$GG_n(\mathcal{P},A) \supset \neg GG_n(\mathcal{P},\neg A)$	"
T.$\mathcal{G}$2*	$GW(\mathcal{P},A) \supset \neg GW(\mathcal{P},\neg A)$	
T.$\mathcal{G}$2*-1:	$GW_n(\mathcal{P},A) \supset \neg GW_n(\mathcal{P},\neg A)$	"

T.$\mathcal{G}$3:	$\bigwedge x GG(\mathcal{P},F(x)) \supset GG(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	
T.$\mathcal{G}$3-1:	$\bigwedge x GG_n(\mathcal{P},F(x)) \supset GG_n(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	"
T.$\mathcal{G}$3*:	$\bigwedge x GW(\mathcal{P},F(x)) \supset GW(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	
T.$\mathcal{G}$3*-1:	$\bigwedge x GW_n(\mathcal{P},F(x)) \supset GW_n(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	Für bel. $n \geq 1$

T.$\mathcal{G}$4:	$GG(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},GG(\mathcal{P},A))$
T.$\mathcal{G}$4*:	$GW(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P},GW(\mathcal{P},A))$

sowie

T.$\mathcal{G}3^+$:	$\bigwedge x GG(\mathcal{P},F(x)) \equiv GG(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	
T.$\mathcal{G}3^+$-1:	$\bigwedge x GG_n(\mathcal{P},F(x)) \equiv GG_n(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	"
T.$\mathcal{G}3^{+}$*:	$\bigwedge x GW(\mathcal{P},F(x)) \equiv GW(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	
T.$\mathcal{G}3^{+}$*-1:	$\bigwedge x GW_n(\mathcal{P},F(x)) \equiv GW_n(\mathcal{P},\bigwedge x F(x))$	"

T.$\mathcal{G}4^+$:	$GG(\mathcal{P},A) \equiv GG(\mathcal{P},GG(\mathcal{P},A))$
T.$\mathcal{G}4^{+}$*:	$GW(\mathcal{P},A) \equiv GW(\mathcal{P},GW(\mathcal{P},A))$

Mit anderen Worten:

($\mathcal{G}\mathcal{G}$) Die Begriffe $GG(\mathcal{P},A)$ und $GW(\mathcal{P},A)$ folgen bis auf die Analogie zu G5 genau den analogen Grundprinzipien wie der Begriff $G(X,A)$ selbst.

($\mathcal{GG}_n$) Die Begriffe $GG_n(\mathcal{P},A)$ und $GW_n(\mathcal{P},A)$ (für bel. $n\geq 1$) folgen bis auf die Analogie zu G4 und G5 genau den analogen Grundprinzipien wie der Begriff $G(X,A)$.

(ii) Metatheoreme

($\mathcal{GG}$.1) Ist ein G-Theorem allein mit Hilfe der Prinzipien G1 bis G4 und der Regel RG beweisbar, dann sind auch die ana=logen GG- bzw. GW-Sätze entsprechend (mit G1-G4,RG und den GG- bzw. GW-Definitionen) beweisbar. (Folgt direkt aus ($\mathcal{GG}$).)

($\mathcal{GG}_n$.1) Ist ein G-Theorem allein mit Hilfe von RG und G1-G3 beweisbar, dann sind auch die analogen GG_n- bzw. GW_n-Sätze entsprechend beweisbar. (Folgt direkt aus ($\mathcal{GG}_n$).)

(iii) Weitere Prinzipien

Mit Hilfe der obigen Metatheoreme ($\mathcal{GG}$.1) bzw. ($\mathcal{GG}_n$.1) ergeben sich direkt:

T.$\mathcal{G}$5: $A \supset B \vdash GG(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},B)$

T.$\mathcal{G}$5-1: $A \supset B \vdash GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_n(\mathcal{P},B)$ "

T.$\mathcal{G}$5*: $A \supset B \vdash GW(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P},B)$

T.$\mathcal{G}$5*-1: $A \supset B \vdash GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_n(\mathcal{P},B)$ "

T.$\mathcal{G}$6: $GG(\mathcal{P},A) \wedge GG(\mathcal{P},B) \equiv GG(\mathcal{P},A \wedge B)$

T.$\mathcal{G}$6-1: $GG_n(\mathcal{P},A) \wedge GG_n(\mathcal{P},B) \equiv GG_n(\mathcal{P},A \wedge B)$ "

T.$\mathcal{G}$6*: $GW(\mathcal{P},A) \wedge GW(\mathcal{P},B) \equiv GW(\mathcal{P},A \wedge B)$

T.$\mathcal{G}$6*-1: $GW_n(\mathcal{P},A) \wedge GW_n(\mathcal{P},B) \equiv GW_n(\mathcal{P},A \wedge B)$ "

T.$\mathcal{G}$7: $GG(\mathcal{P},A \equiv B) \supset (GG(\mathcal{P},A) \equiv GG(\mathcal{P},B))$

T.$\mathcal{G}$7-1: $GG_n(\mathcal{P},A \equiv B) \supset (GG_n(\mathcal{P},A) \equiv GG_n(\mathcal{P},B))$ "

T.$\mathcal{G}$7*: $GW(\mathcal{P},A \equiv B) \supset (GW(\mathcal{P},A) \equiv GW(\mathcal{P},B))$

T.$\mathcal{G}$7*-1: $GW_n(\mathcal{P},A \equiv B) \supset (GW_n(\mathcal{P},A) \equiv GW_n(\mathcal{P},B))$ Für bel. $n \geq 1$

Des weiteren gelten:

T.$\mathcal{G}$8: $GG(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P},GG(\mathcal{P},A))$

T.$\mathcal{G}$9: $GG(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},GW(\mathcal{P},A))$

T.$\mathcal{G}$10: $GW(\mathcal{P},A) \supset GG(\mathcal{P},GW(\mathcal{P},A))$

T.$\mathcal{G}$11: $\bigvee x GW(\mathcal{P},x=b) \supset$
$(GG(\mathcal{P},F(b)) \equiv \bigvee x(x=b \wedge GG(\mathcal{P},F(x))))$

T.$\mathcal{G}$11-1: $\bigvee x GW_n(\mathcal{P},x=b) \supset$
$(GG_m(\mathcal{P},F(b)) \equiv \bigvee x(x=b \wedge GG_m(\mathcal{P},F(x))))$ Für bel. $m,n \geq 1$, $m \leq n$

T.$\mathcal{G}$12: $GG(\mathcal{P},b=b') \supset (GG(\mathcal{P},F(b)) \equiv GG(\mathcal{P},F(b')))$

T.$\mathcal{G}$12-1: $GG_n(\mathcal{P},b=b') \supset (GG_n(F(b) \equiv GG_n(\mathcal{P},F(b')))$ Für $n \geq 1$

T.$\mathcal{G}$13: $\bigwedge x(GW(\mathcal{P},B(x)) \vee GW(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(GG(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))) \equiv \bigwedge x(B(x) \supset GG(\mathcal{P},F(x))))$

T.$\mathcal{G}$13-1: $\bigwedge x(GW_n(\mathcal{P},G(x)) \vee GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(GW_n(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))) \equiv \bigwedge x(B(x) \supset GW_n(\mathcal{P},F(x))))$ "

T.$\mathcal{G}$13a: $\bigwedge x(B(x) \supset GG(\mathcal{P},B(x))) \supset$
$(GG(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))) \supset \bigwedge x(B(x) \supset GG(\mathcal{P},F(x))))$

T.$\mathcal{G}$13a-1: $\bigwedge x(B(x) \supset GG_n(\mathcal{P},B(x))) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))) \supset \bigwedge x(B(x) \supset GG_n(\mathcal{P},F(x))))$ "

T.$\mathcal{G}$13b: $\bigwedge x(\neg B(x) \supset GG(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(\bigwedge x(B(x) \supset GG(\mathcal{P},F(x))) \supset GG(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))))$

T.$\mathcal{G}$13b-1: $\bigwedge x(\neg B(x) \supset GG_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(\bigwedge x(B(x) \supset GG_n(\mathcal{P},F(x))) \supset GG_n(\mathcal{P},\bigwedge x(B(x) \supset F(x))))$ Für bel. $n \geq 1$

T.$\mathcal{G}$14: $\bigwedge x(GW(\mathcal{P},x\varepsilon\mathcal{P}) \vee GW(\mathcal{P},\neg(x\varepsilon\mathcal{P}))) \supset (GG(\mathcal{P},A) \equiv GG^{re}(\mathcal{P},A))$

T.$\mathcal{G}$14-1: $\bigwedge x(GW_{n-1}(\mathcal{P},x\varepsilon\mathcal{P}) \vee GW_{n-1}(\mathcal{P},\neg(x\varepsilon\mathcal{P}))) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},A) \equiv GG_n^{re}(\mathcal{P},A))$ Für bel. $n>1$

T.$\mathcal{G}$15: $GW(\mathcal{P},\mathcal{P}^* \subset \mathcal{P}) \supset (GW(\mathcal{P},A) \supset GW(\mathcal{P}^*,A))$

C.3.2 Prinzipien Wechselseitigen Glaubens

(i) Grundprinzipien

T.$\mathcal{G}$16: $A \vdash WG(\mathcal{P},G(\hat{Y},A))$

T.$\mathcal{G}$17: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y}) \supset F^*(\hat{Y})) \supset (WG(\mathcal{P},F(\hat{Y}) \supset F^*(\hat{Y})))$

T.$\mathcal{G}$18: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y})) \supset \neg WG(\mathcal{P},\neg F(\hat{Y}))$

T.$\mathcal{G}$19: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y})) \supset WG(\mathcal{P},WG(\hat{X},\mathcal{P},F(\hat{Y})))$

(ii) Weitere Prinzipien

T.$\mathcal{G}$20: $A \supset B \vdash WG(\mathcal{P},G(\hat{Y},A) \supset G(\hat{Y},B))$

T.$\mathcal{G}$21: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y})) \wedge WG(\mathcal{P},F^*(\hat{Y})) \equiv WG(\mathcal{P},F(\hat{Y}) \wedge F^*(\hat{Y}))$

T.$\mathcal{G}$22: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y}) \equiv F^*(\hat{Y})) \supset (WG(\mathcal{P},F(\hat{Y})) \equiv WG(\mathcal{P},F^*(\hat{Y})))$

T.$\mathcal{G}$23: $WG^1(X,\mathcal{P},F(\hat{Y})) \wedge WG^2(X,\mathcal{P},F(\hat{Y})) \equiv WG(X,\mathcal{P},F(\hat{Y}))$

T.$\mathcal{G}$24: $WG^1(X,\mathcal{P},F(\hat{Y})) \equiv WG^2(X,\mathcal{P},WG^1(\hat{Y},\mathcal{P},F(\hat{Z})))$

T.$\mathcal{G}$25: $WG^2(X,\mathcal{P},F(\hat{Y})) \equiv WG^2(X,\mathcal{P},WG^2(\hat{Y},\mathcal{P},F(\hat{Z})))$

C.3.3 Gemeinsamer und Wechselseitiger Glaube - Zusammenhang

T.$\mathcal{G}$26: $WG(\mathcal{P},F(\hat{Y})) \wedge WG(\mathcal{P},G(\hat{Y},F(\hat{Y}))) \wedge \bigwedge X(X \in \mathcal{P} \supset G(X,F(X))) \equiv$
$GG(\mathcal{P},\bigwedge X(X \in \mathcal{P} \supset F(X)))$

C.4 Lemmata des interpersonellen Glaubens

L.$\mathcal{G}$1: $GW(\mathcal{P},A) \equiv GG(\mathcal{P},A) \wedge A$

L.$\mathcal{G}$2: $GW_n(\mathcal{P},A) \equiv \Lambda m(1 \leq m \leq n \supset GG_m(\mathcal{P},A) \wedge A)$ Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$3: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_{n-1}(\mathcal{P},A)$ Für bel. $n > 1$

L.$\mathcal{G}$3.1: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GW_m(\mathcal{P},A)$ Für bel. $m,n \geq 1$, mit $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$3.2: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GG_n(\mathcal{P},A)$ Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$3.3: $GW_n(\mathcal{P},A) \supset GG_m(\mathcal{P},A)$ Für bel. $m,n \geq 1$, mit $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$4: $\Lambda x(x \varepsilon \mathcal{P} \supset G(x, x \varepsilon \mathcal{P})) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_{n-1}(\mathcal{P},A))$ Für bel. $n > 1$

L.$\mathcal{G}$4.1: $\Lambda x(x \varepsilon \mathcal{P} \supset G(x, x \varepsilon \mathcal{P})) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P},A) \supset GG_m(\mathcal{P},A))$ Für bel. $m,n \geq 1$, mit $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$4.2: $\Lambda x(x \varepsilon \mathcal{P} \supset G(x, x \varepsilon \mathcal{P})) \supset$
$(GW_n(\mathcal{P},A) \equiv GG_n(\mathcal{P},A) \wedge A)$ Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$5: $GG_{n+m}(\mathcal{P},A) \equiv GG_n(\mathcal{P}, GG_m(\mathcal{P},A))$ Für bel. $n,m \geq 1$

L.$\mathcal{G}$6: $GG_m(\mathcal{P}, GG_n(\mathcal{P},A)) \equiv GG_n(\mathcal{P}, GG_m(\mathcal{P},A))$ "

L.$\mathcal{G}$7: $\mathrm{V}x GW(\mathcal{P}, x=b_1) \wedge \ldots \wedge \mathrm{V}x GW(\mathcal{P}, x=b\ ) \supset (GG(\mathcal{P}, F(b_1) \wedge \ldots \wedge F(b_m)) \equiv$
$\mathrm{V}x(x=b_1 \wedge GG(\mathcal{P},F(x))) \wedge \ldots \wedge \mathrm{V}x(x=b_m \wedge GG(\mathcal{P},F(x))))$

L.$\mathcal{G}$7.1: $\mathrm{V}x GW_n(\mathcal{P}, x=b_1) \wedge \ldots \wedge \mathrm{V}x GW_n(\mathcal{P}, x=b_m) \supset$
$(GG_n(\mathcal{P}, F(b_1) \wedge \ldots \wedge F(b_m)) \equiv \mathrm{V}x(x=b_1 \wedge GG_n(\mathcal{P},F(x))) \wedge \ldots \wedge$
$\mathrm{V}x(x=b_m \wedge GG_n(\mathcal{P},F(x))))$ Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$8: $\Lambda x(GW(\mathcal{P},B(x)) \vee GW(\mathcal{P},\neg B(x))) \wedge \vee xGW(\mathcal{P},x=b_1) \wedge \ldots \wedge \vee xGW(\mathcal{P},x=b_m) \supset$
$(\Lambda x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \equiv B(x)) \supset GW(\mathcal{P},\Lambda x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \equiv B(x))))$

L.$\mathcal{G}$8.1: $\Lambda x(GW_n(\mathcal{P},B(x)) \vee GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \wedge$
$\vee xGW_n(\mathcal{P},x=b_1) \wedge \ldots \wedge \vee xGW_n(\mathcal{P},x=b_m) \supset$
$(\Lambda x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \equiv B(x)) \supset GW_n(\mathcal{P},\Lambda x(x=b_1 \vee \ldots \vee x=b_m \equiv B(x))))$
Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$9: $\Lambda x(GW(\mathcal{P},B(x)) \vee GW(\mathcal{P},\neg B(x))) \equiv$
$(\Lambda x(B(x) \supset GG(\mathcal{P},B(x))) \wedge \Lambda x(\neg B(x) \supset GG(\mathcal{P},\neg B(x))))$

L.$\mathcal{G}$9-1: $\Lambda x(GW_n(\mathcal{P},B(x)) \vee GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \equiv$
$(\Lambda x(B(x) \supset GW_n(\mathcal{P},B(x))) \wedge \Lambda x(\neg B(x) \supset GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))))$ Für $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$10: $\Lambda x(GW_n(\mathcal{P},B(x)) \vee GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(GG_m(\mathcal{P},\Lambda x(B(x) \supset F(x))) \equiv \Lambda x(B(x) \supset GG_m(\mathcal{P},F(x))))$
Für bel. $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$10-1: $\Lambda x(B(x) \supset GW_n(\mathcal{P},B(x))) \supset$
$(GG_m(\mathcal{P},\Lambda x(B(x) \supset F(x))) \supset \Lambda x(B(x) \supset GG_m(\mathcal{P},F(x))))$
Für bel. $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$10-2: $\Lambda x(\neg B(x) \supset GW_n(\mathcal{P},\neg B(x))) \supset$
$(\Lambda x(B(x) \supset GG_m(\mathcal{P},F(x))) \supset GG_m(\mathcal{P},\Lambda x(B(x) \supset F(x))))$
Für bel. $m,n \geq 1$, wobei $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$11: $\bigvee x GW(\mathcal{P}, x=b) \equiv \bigwedge x(x=b \supset GW(\mathcal{P}, x=b))$

L.$\mathcal{G}$11-1: $\bigvee x GW_n(\mathcal{P}, x=b) \equiv \bigwedge x(x=b \supset GW_n(\mathcal{P}, x=b))$ Für bel. $n \geq 1$

L.$\mathcal{G}$12: $\bigvee x GW(\mathcal{P}, x=b) \wedge \bigvee x GW(\mathcal{P}, x=b') \supset GG(\mathcal{P}, b=b')$

L.$\mathcal{G}$12-1: $\bigvee x GW_n(\mathcal{P}, x=b) \wedge \bigvee x GW_n(\mathcal{P}, x=b') \supset GG_m(\mathcal{P}, b=b')$
Für bel. $m,n \geq 1$, $m \leq n$

L.$\mathcal{G}$13: $GW(\mathcal{P}, \bigwedge x(GW_1(\mathcal{P}, x \varepsilon \mathcal{P}) \vee GW_1(\mathcal{P}, \neg(x \varepsilon \mathcal{P})))) \equiv$
$\bigwedge x(GW(\mathcal{P}, x \varepsilon \mathcal{P}) \vee GW(\mathcal{P}, \neg(x \varepsilon \mathcal{P})))$

C.5 Weitere kommunikationslogische Prinzipien

T.K72: $T'(H,r) \supset T'(H,r^{*}) \vdash KV(S,H,f,r) \supset$
$(G^{o}(S,K(T'(H,r^{*}) \supset T(S,f))) \wedge$
$KG^{1}(S,\{S,H'\},G'(\hat{H},G^{o}(S,T'(H,r^{*}) \supset T(S,f))))) \supset$
$KV(S,H,f,r^{*}))$

T.K72.1: $A \supset B \vdash KV(S,H,f,A) \supset (G^{o}(S,K(G'(H,B) \supset T(S,f))) \wedge$
$KG^{1}(S,\{S,H'\},G'(\hat{H},G^{o}(S,K(G'(H,B) \supset T(S,f))))) \supset$
$KV(S,H,f,B))$

T.K73: $KV(S,H,f,r) \equiv I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \wedge I(S,f,T'(H,r)) \wedge$
$G^{o}(S,K(T'(H,r) \supset T(S,f)))$

T.K74: $KV(S,H,f,KV(S,H,f,r)) \equiv KV(S,H,f,MI(S,H,f,r))$

T.K75: $I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \equiv KV(S,H,f,KV(S,H,f,r))$

T.K75.1: $I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \equiv I^{*}(S,H,f,KV(S,H,f,r))$

T.K75.2: $I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \equiv MI(S,H,f,KV(S,H,f,r))$

T.K75.3: $KV(S,H,f,MI(S,H,f,r)) \equiv MI(S,H,f,KV(S,H,f,r))$

T.K75.4: $KV(S,H,f,KV(S,H,f,r)) \equiv MI(S,H,f,KV(S,H,f,r))$

T.K75.5: $KV(S,H,f,MI(S,H,f,r)) \equiv I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r)))$

T.K75.6: $I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \supset KV(S,H,f,I(S,f,T'(H,r)))$

T.K75.7: $I(S,f,G'(H,KV(S,H,f,r))) \supset KV(S,H,f)$

Lemmata

L.20: $T'(H,r) \supset T'(H,r^*) \vdash MI(S,H,f,r) \supset (G^{\circ}(S,K(T'(H,r^*) \supset T(S,f))) \wedge G(S,G'(H,G^{\circ}(S,K(T'(H,r^*) \supset T(S,f))))) \supset MI(S,H,f,r^*))$

L.20.1: $A \supset B \vdash MI(S,H,f,A) \supset (G^{\circ}(S,K(G'(H,B) \supset T(S,f))) \wedge G(S,G'(H,G^{\circ}(S,K(G'(H,B) \supset T(S,f))))) \supset MI(S,H,f,B))$

L.21: $G(S,G'(H,G^{\circ}(S,K(T'(H,r) \supset G'(H,I(S,f,T'(H,r))))))) \supset (I(S,f,G'(H,I(S,f,T'(H,r)))) \equiv I(S,f,G'(H,MI(S,H,f,r))))$

L.22: $G^{\circ}(S,K(T'(H,r) \equiv T'(H,r^*))) \wedge G(S,G'(H,G^{\circ}(S,K(T'(H,r) \equiv T'(H,r^*))))) \supset (MI(S,H,f,r) \equiv MI(S,H,f,r^*))$

C.6 Konventions- und Bedeutungs-logische Prinzipien

T.C1: $GG(\mathfrak{P}(s), \bigwedge X(X \varepsilon \mathfrak{P}(s) \supset T(X,f)) \wedge KR(\mathfrak{P}(s),f))) \equiv$
$WG(\mathfrak{P}(s), T(\hat{Y},f) \wedge KR(\hat{Y},\mathfrak{P}(s),f)) \wedge$
$\bigwedge X(X \varepsilon \mathfrak{P}(s) \supset G(X,T(X,f)) \wedge KR(X,\mathfrak{P}(s),f)))$

T.B1: $SK(\mathfrak{P},\Sigma,A,f',f,r) \supset B(\mathfrak{P},\Sigma,f,r)$

T.B2: $B(\mathfrak{P},\Sigma,f,r) \wedge GW(\mathfrak{P},\overleftarrow{\bigwedge} s(s \varepsilon \Sigma > (T'(H,r) \equiv T(S,f)))) \supset$
$SK(\mathfrak{P},\Sigma,A,f',f,r)$