

11.4 Auflösungsvermögen

Beugungsscheibchen-Breite des Punktes in Bildebene:

$$d'_A = 1,22 \cdot \frac{a'\lambda}{R}$$

Rotation „Punkt Abstand Objektebene“ \leftrightarrow „Punkt Abstand Bildebene“:

$$d' \approx d \cdot \frac{a'}{f}$$

Auflösungskriterium:

$$d' \geq \frac{1}{2} d'_A$$

Nur dann sind die Beugungsscheibchen unterscheidbar.

$$\implies d \geq 1,22 \cdot \frac{f\lambda}{2R} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot NA}$$

Brechendes Medium zw. Objektiv und Medium \rightarrow Vergrößerung der NA auf:

$$NA = n \cdot \sin \alpha$$

11.5 Objektiv

Die Größe der num. Aperatur NA bestimmt Auflösungsvermögen.

$$NA = n \cdot \sin \alpha_{max}$$

$$\alpha_{max}^{typisch} \approx 720 \implies \sin \alpha_{max}^{typisch} \approx 0,95$$

11.6 Beleuchtungssystem

Siehe Abbildung 1.

12 Dispersion und Absorption des Lichts

12.1 Messung der Vakuumlichtgeschwindigkeit

Fizeau (1849): rotierendes Zahnrad

Foucault (1850): Drehspiegel

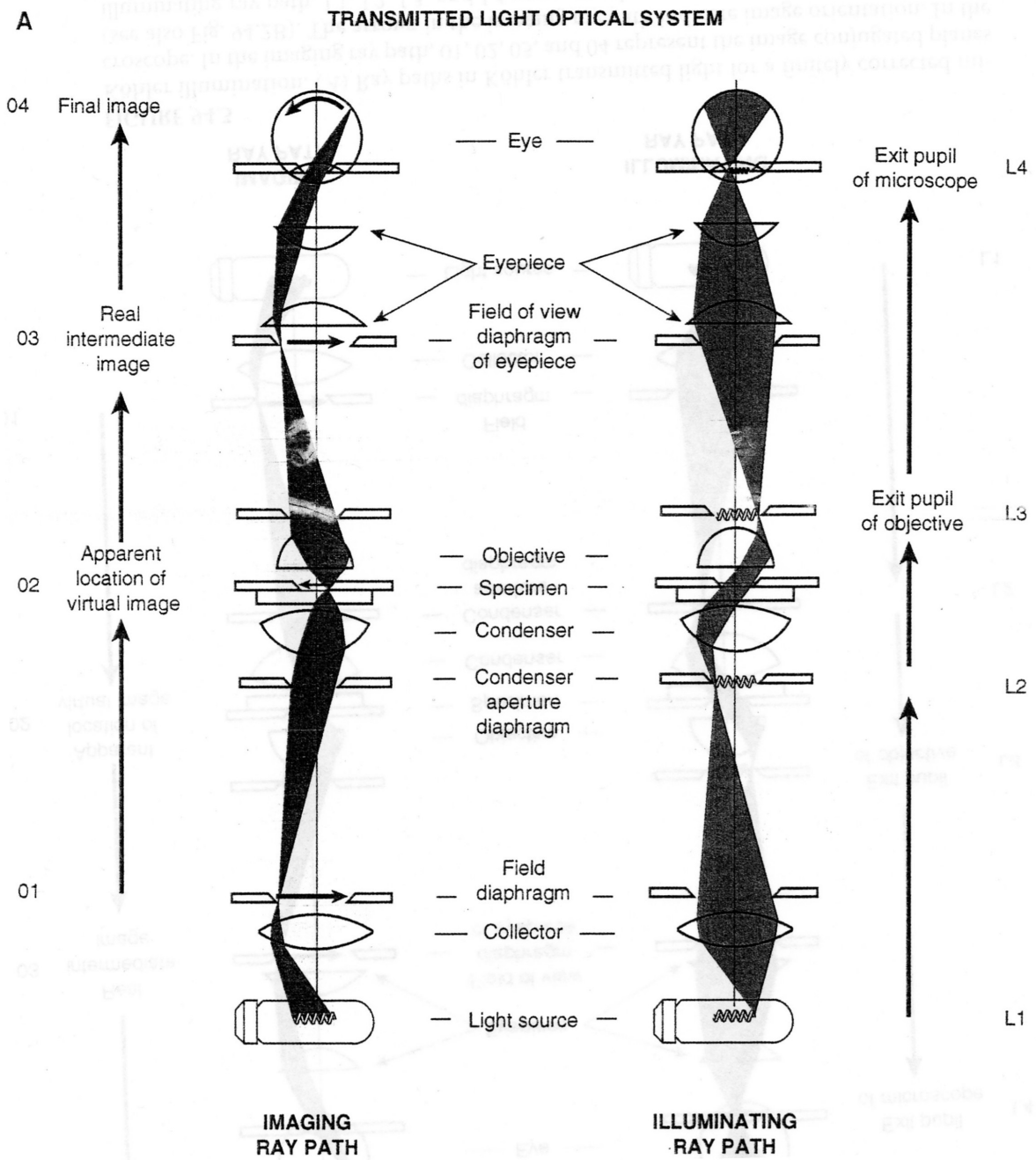


Abbildung 1: Köhler-Beleuchtung.

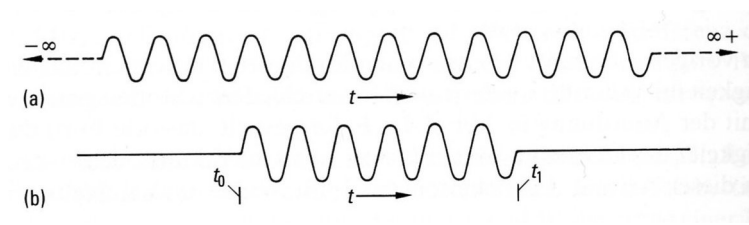


Abbildung 2: (a) Wellenzug einer homogenen, streng monochromatischen Welle und (b) eines Impulses bzw. einer Wellengruppe.

12.2 Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit, Dispersion

Relevanz für jegliche Wellenphänomene in z. B. Optik, Akustik, Quantenmechanik
Lichtimpulse haben andere Ausbreitungsgeschwindigkeit (Gruppengeschwindigkeit v_g) als unendlich ausgedehnte Wellen (Phasengeschwindigkeit v_p).

Ebene, monochromatische Welle (Frequenz ν):

$$E(x, t) = E_0 \cdot \cos \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right) = E_0 \cdot \cos \left(2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v_p} \right) \right)$$

Keine Entsprechung in Realität.

stattdessen:

Abgebrochener Wellenzug, z. B. aufgrund Dauer elektronischer Übergänge

= Wellengruppe benachbarter Frequenzen, die sich außerhalb des Intervalls $x_1 - x_0$ durch Interferenz vernichten

Erläuterung:

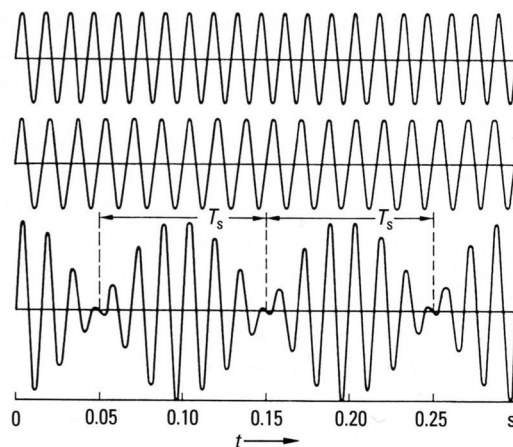


Abbildung 3: Zusammensetzung zweier Sinusschwingungen mit wenig voneinander verschiedenen Frequenzen, z. B. $\nu_1 = 60$ Hz und $\nu_2 = 70$ Hz, führt zur Schwebung.

Überlagerung zweier Wellen ähnlicher Frequenz/Wellenlänge im Medium:

$$\begin{array}{lll} \text{Welle 1:} & \lambda_1 & v_1 = \lambda_1 \cdot \nu_1 \\ \text{Welle 2:} & \lambda_2 & v_2 = \lambda_2 \cdot \nu_2 \end{array}$$

$$E(x, t) = E_0 \cdot \cos \left(2\pi \left(\frac{v_1 t}{\lambda_1} - \frac{x}{\lambda_1} \right) \right) + E_0 \cdot \cos \left(2\pi \left(\frac{v_2 t}{\lambda_2} - \frac{x}{\lambda_2} \right) \right)$$

Additionstheorem:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$E(x, t) = 2 \cdot E_0 \cdot \cos \left(\pi t \left(\frac{v_1}{\lambda_1} + \frac{v_2}{\lambda_2} \right) - \pi x \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \cdot \underbrace{\cos \left(\pi t \left(\frac{v_1}{\lambda_1} - \frac{v_2}{\lambda_2} \right) - \pi x \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right)}_{\text{Schwebung}}$$

⇒ Folge sinusförmiger Impulse

Eine Hinzunahme weiterer Frequenzen führt zur Elimination der Polarität und zu einem „Wellenpaket“.

i. A. gehen der Kurvenverlauf in x - (bzw. t -)Raum und der dazugehörige Kurvenverlauf in k - (bzw. ω -)Raum durch Fouriertransformation auseinander hervor.
 Unendlich ausgebreiteter Wellenzug (monochromatisch; v_p): einförmig im Raum und Zeit \rightarrow keine Möglichkeit der Informationsübertragung.
 Hingegen Wellenpaket: lokalisiert \rightarrow „Information“

Wie schnell bewegt sich so ein Wellenpaket (v_g)?

Schwabungsform konstant für (x, t) -Paare, die erfüllen:

$$t \left(\frac{v_1}{\lambda_1} - \frac{v_2}{\lambda_2} \right) = x \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{t} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \lambda_1} \cdot \left(v_1 - v_2 \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)$$

Def.:

$$v_g := \frac{x}{t} \quad \Delta\lambda := \lambda_2 - \lambda_1 \quad \Delta v := v_1 - v_2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_g = v_2 - \lambda_2 \frac{\Delta v}{\Delta\lambda}$$

Übergang zu infinitesimal kleinen $\Delta\lambda$:

$$\lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta\lambda} = \frac{dv_p}{d\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad v_g = v_p - \lambda \underbrace{\frac{dv_p}{d\lambda}}_{\text{Dispersion}} \quad \text{Lord Rayleigh, 1881}$$

Dispersion: Wellenlängen-Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit, d. h. aus $c = \lambda \cdot v$ im Vakuum wird $v_p(\lambda) = \lambda \cdot v(\lambda)$ im dispersiven Medium.

$$\begin{aligned} \frac{dv_p}{d\lambda} > 0 & \quad v_g < v_p \quad \dots \quad \text{Normale Dispersion} \\ \frac{dv_p}{d\lambda} < 0 & \quad v_g > v_p \quad \dots \quad \text{Anormale Dispersion} \end{aligned}$$

Beide Typen praktisch in Medien in gewissen Wellenlängenbereichen.

Anormale Dispersion hängt mit Auftreten von Absorptionsstellen im Spektrum zusammen.

Hinweis: Relativitätstheorie behauptet $v_g < c$ und **nicht** etwa $v_p < c$.

Phasengeschwindigkeit kann sehr wohl c übertreffen ($n < 1$).

Gruppenbrechzahl n_g (oft verwendet anstelle von Gruppengeschw. v_g)

$$\begin{aligned} n & := \frac{c}{v_p} \quad \dots \quad \text{(Phasen-)Brechzahl} \\ n_g & := \frac{c}{v_g} \quad \dots \quad \text{Gruppenbrechzahl} \end{aligned}$$

$$n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{d\lambda} < 0 & \quad n_g > n \quad \dots \quad \text{Normale Dispersion} \\ \frac{dn}{d\lambda} > 0 & \quad n_g < n \quad \dots \quad \text{Anormale Dispersion} \end{aligned}$$

Maß der Dispersion; Fraunhofersche Linien:

Vollst. Beschreibung der Dispersion eines Materials: komplette Funktion $n(\lambda)$.

Fraunhofer-Linien sind die Absorptionslinien der Elemente in der Fotosphäre der Sonne, sie ermöglichen die Vermessung von Spektren und Charakterisierung eines Glases.

Bsp.:

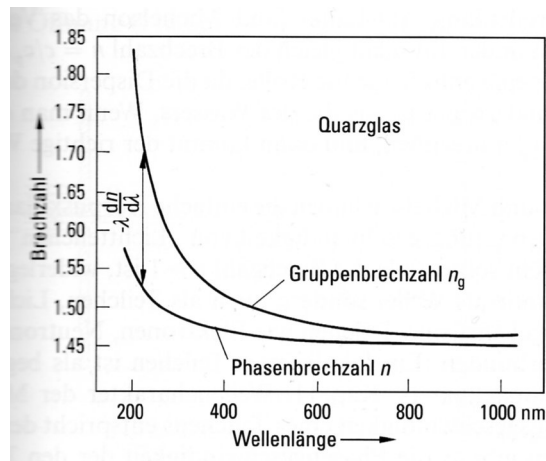


Abbildung 4: Phasen- und Gruppenbrechzahl von Quarzglas.

Bezeichnung	Farbe	Wellenlänge (in nm)	Element
C	rot	656	H
D	gelb	589	Na
E	grün	527	Fe
e	grün	546	Hg
F	blaugrün	486	H
G	blau	431	Fe
H	violett	397	Ca

n_D	...	Mittlere Brechzahl
$n_F - n_C$...	Mittlere Dispersion
$\rho_{\text{rel}} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$...	relative Dispersion
$v = \frac{1}{\rho_{\text{rel}}} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$...	Abbe-Zahl

n_D und v reichen zur groben Charakterisierung (statt volles $n(\lambda)$).

Geringe Dispersion bedeutet eine hohe Abbe-Zahl.

Bsp.:

	v	n_D
Flintglas	< 50	1,61
Kronglas BK1	> 50	1,51

Bedeutung der Dispersion:

- Femtosekunden-Laser (ultrakurzzeitspektroskopie, nichtlineare Optik): Notwendigkeit der Kompensation der Lichtimpulsverbreiterung in optischen Bauteilen
- Datenfernübertragung per Kupferkabel/Glasfaser

12.3 Absorption der Strahlung

Abnahme der Strahlungsleistung beim Durchgang durch Materie: Extinktion (=Auslöschung)

2 Ursachen der Extinktion:

- a) Absorption: Umwandlung in andere Energieform (längerwelliges Licht oder Wärme)
- b) Streuung: Ablenkung (elast. Stoß) aus ursprünglicher Richtung

In unseren Betrachtungen vernachlässigen wir die Streuung.

Plausible Annahme: längenbezogene Abnahme der Strahlungsleistung ist proportional zu gerade vorhandenen Wert, d. h.:

$$\frac{d\Phi}{dl} = -a \cdot \Phi(l) \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{d\Phi}{\Phi} = -a \cdot \int dl$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln \Phi = -a \cdot l + c$$

$$\text{RB:} \quad \Phi(l=0) = \Phi_0 \quad \Rightarrow \quad c = \ln \Phi_0$$

Lambertsches Gesetz:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-a \cdot l}$$

a ... Absorptionskoeffizient (λ -abhängige Materialeigenschaft)

„schwach absorbierend“	$a > 1/\lambda$	CaF ₂ , NaCl, KCl	$10^{-3} \dots 10^2 \text{ cm}^{-1}$
„stark absorbierend“	$a < 1/\lambda$	Metalle	$10^5 \dots 10^7 \text{ cm}^{-1}$

Für **kleine Konzentrationen** von Absorptionszentren:

Absorption längst Weg l nur von Gesamtzahl N der Absorptionszentren im Strahlengang abhängig.

Wegen $N \propto c \cdot l$ gilt somit das:

Lambert-Beersche Absorptionsgesetz:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-a' \cdot c \cdot l}$$

c ... Konzentration der Absorptionszentren

a' ... neue materialabhängige aber konzentrations**un**abhängige Konstante

Voraussetzungen:

- keine Wechselwirkung der Absorptionszentren
- keine störende Einwirkung nichtabsorbierender Fremdstoffe

12.4 Spektralanalyse

Die Spektralanalyse erlaubt Rückschlüsse aus Spektren von Lichtquellen über die Struktur der Materie und die Natur ihrer Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung

Wegbereiter:

1814	Fraunhofer	dunkle Linien (Fraunhofer-Linien) im Sonnenspektrum
1859	Kirchhoff, Bunsen	charakt. Färbung einer Gasbrennerflamme durch versch. Elemente

Strahlungserzeugung durch:

- Hohe Temperaturen (Wärmestrahlung)
- Stoß in elektrischen Feldern beschleunigter Ionen/Elektronen (Kathodenlumineszenz)
- chem. Prozesse (Chemielumineszenz)

Arten von Spektren	Bsp.	
Emissionsspekt. diskretes	Linienpekt.	elektr. Atomübergänge in Gasen Bsp.: Na-D-Linie
	Bandenspekt.	Molekülschwingungsübergänge in Gasen u. Flüssigkeiten glühender Festkörper
kontinuierliches		
Absorptionsspekt.	Stoff absorbiert Wellenlängen (Banden) in zuvor kontin. Spektren	Fraunhofer-Linien

Metalle können auf verschiedene Weise zum emittieren von Licht angeregt werden:

- durch Metallsalzverdampfung in einer Bunsenbrennerflamme
- durch elektr. Lichtbogen, wobei entweder die Elektroden aus dem entsprechenden Metall bestehen oder ein Metallsalz an eine Kohleanode angebracht wird
- durch elektr. Funken zwischen Elektroden aus entsprechenden Metall

Gase emittieren Licht durch eine sogenannte Glimmentladung.

Um ein Absorptionsspektrum eines Stoffes zu erhalten, müssen die Spektren einer ungefilterten und einer gefilterten Lichtquelle aufgenommen und verglichen werden.