Universität Leipzig, Fakultät für Physik und Geowissenschaften
Vorlesung zur Experimentalphysik III
Wintersemester 2008/2009
Prof. Dr. Josef A. Käs
Vorlesungsmitschrift zur Vorlesung vom 15.01.2009

in Realität: (in Reflexion)

$$r = \sqrt{L}$$

$$E = \mathrm{Re} A e^{2\pi\nu i(t-x/c)} \left(1 + re^{-i\delta} + r^2 e^{-i2\delta} + ... + r^{p-1} e^{-i(p-1)\delta}\right)$$

$$E = \mathrm{Re} A e^{2\pi\nu i(t-x/c)} \frac{1 - r^p e^{-p\delta}}{1 - re^{-i\delta}}$$

$p \longrightarrow \infty$

$$E_\infty = \mathrm{Re} A e^{2\pi i\nu(t-x/c)} \frac{1}{1 - re^{-i\delta}}$$

$$\left\langle E_\infty^2 \right\rangle = \frac{A^2/2}{1 + r^2 - 2r\cos\delta} = \frac{A^2/2}{(1-r^2) + 4r\sin^2\delta/2}$$

$r \ll 1:$

$$\left\langle E_\infty^2 \right\rangle \approx \frac{A^2}{2}(1 + 2r\cos\delta)$$

Zweistrahlinterferenz
$r \approx 1:$

$$1 - r = \epsilon \ll 1$$

$$\left\langle E_\infty^2 \right\rangle \approx \frac{A^2/2}{\epsilon^2 + 4\sin\delta/2}$$

Fabry-Perot-Interferometer

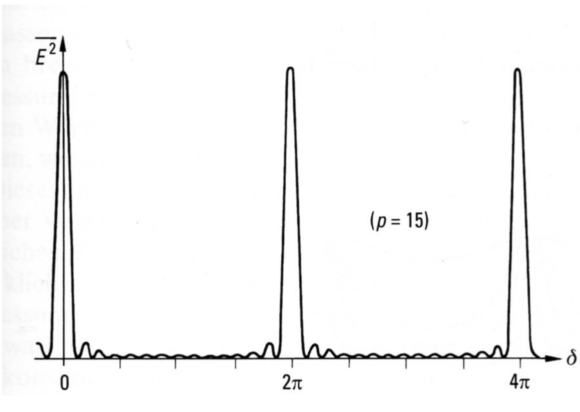

Abbildung 1: Interferenzmaxima bei Überlagerung von 15 ebenen Wellen gleicher Amplitude, die jeweils um die Phasendifferenz δ voneinander abweichen.

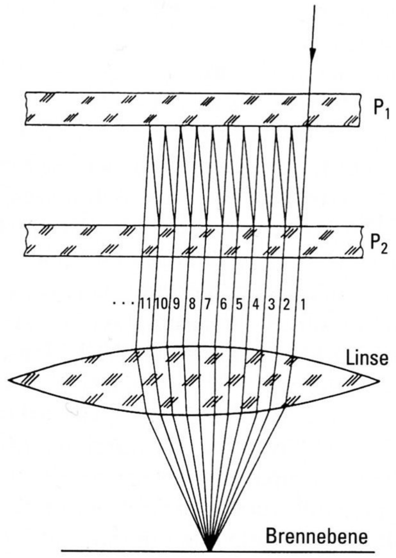

Abbildung 2: Interferomater von Fabry und Pérot (Brechung der Strahlen durch die Platten vernachlässigt).

τ	...	Transmissionsgrad der Spiegel
I_{ein}	...	einfallende Intensität
Z	...	Wellenwiderstand
A	...	Amplitude der eintretenden Welle
L	...	Reflexionsgrad

$$\tau \cdot I_{\text{ein}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{Z}$$

$\Longrightarrow$ Abschwächung zw. 2 Teilwellen: L

Phasenunterschied zw. 2 Teilwellen:

$$\delta = \frac{4\pi n d}{\lambda}$$

$$I_{\text{aus}} = \tau \frac{1}{Z} \cdot \frac{E_\infty^2}{2}$$

E_∞ ... austretende Gesamtfeldstärke

$$\frac{I_{\text{aus}}}{I_{\text{ein}}} = \frac{\tau^2}{(1-L)^2 + 4L \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} n d\right)}$$

$\tau = 1 - L$ nicht absorbierend

$\Longrightarrow$ für Maxima: $I_{\text{aus}}^{\max} = I_{\text{ein}}$

$\Longrightarrow$ für Minima: $I_{\text{aus}}^{\min} = I_{\text{ein}} \cdot \frac{\tau^2}{(1+L)^2} \approx I_{\text{ein}} \frac{\tau^2}{4}$

Halbwertsbreite Maxima:

$$\Delta d = \frac{\lambda}{\pi n} \arcsin \frac{1-L}{2\sqrt{L}} \approx \frac{/1-L)\lambda}{2\pi n}$$

Maxima für verschiedene Wellenlängen:

$$d_1 = \frac{k(lambda_1}{2n} \qquad d_2 = \frac{k\lambda_2}{2n} \qquad k = 0, 1, 2, ...$$

2 Maxima gleicher Ordnung haben den Abstand δd:

$$\delta d = \frac{k(\lambda_1 - \lambda_2)}{2n} = k\frac{\delta\lambda}{2n}$$

2 Lichtwellen mit dem Wellenlängenunterschied $\delta\lambda$ können nur dann getrennt werden, wenn:

$$\underbrace{\Delta d}_{\text{HWBd.Maxima}} \leq \delta\lambda$$

$$\delta\lambda \ll \lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2 \qquad d \approx d_1 \approx d_2$$

$$\delta\lambda \geq \frac{(1-L)\lambda 2n}{2\pi nk} = \frac{(1-L)\lambda^2}{2\pi nd}$$

$\Longrightarrow$ Auflösungsvermögen:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi nd}{(1-L)\lambda}$$

14 Beugung

14.1 Einleitung

Beugung: an endlichen Objekten treten Lichtstrahlen auf, die von der geometrischen Optik abweichen
Beugungsobjekt $\gg \lambda$
Streuung Beugungsobjekt $\approx \lambda$
Fresnel kombiniert:

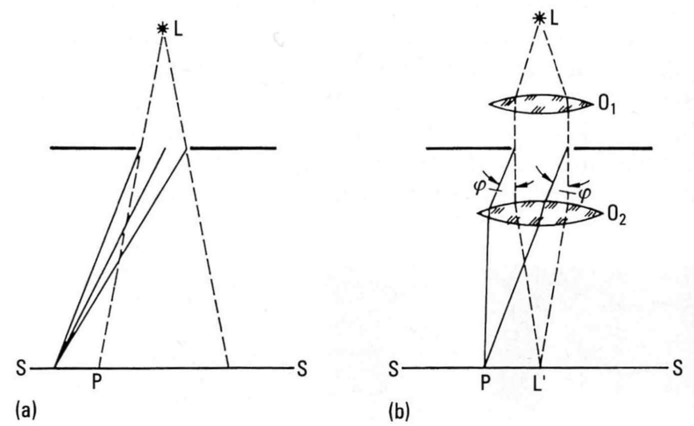

Abbildung 3: (a) Fresnel'sche und (b) Frauenhofer'sche Lichtbeugung an einer engen Öffnung.

- Huygensches Prinziep:
  von jedem Punkt einer Wellenfläche breitet sich eine kugelförmige Elementarwelle aus
- Interferenzprinziep von Th. Young

14.2 Beugung am Spalt

Phasendifferenz des ersten und letzten Strahls:

$$\Delta = 2\pi d/\lambda$$

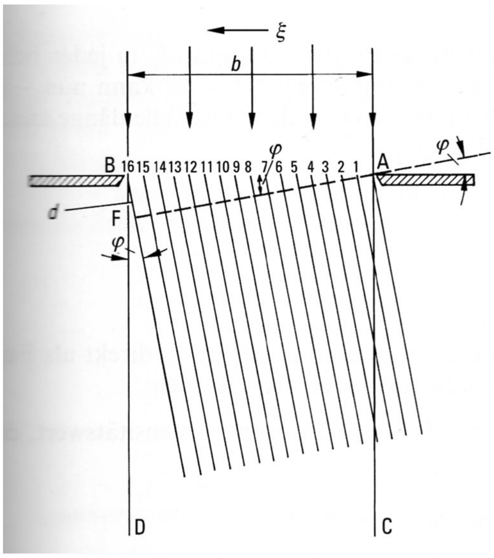

Abbildung 4: Zur Erklärung der Lichtbeugung an einem Spalt. Es werden nur parallele Richtungen, sowohl im senkrecht auffallenden als auch im gebeugten Licht, betrachtet.

Teilbündel:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d}{p}$$

$$E_\varphi \propto \mathrm{Re}\beta e^{i2\pi(\nu t - l/\lambda)} \left(1 + e^{-i\delta} + ... + e^{-i(p-1)\delta}\right)$$

$\Longrightarrow$ Vielstrahlinterferenz:

$$E_\varphi \propto \mathrm{Re}\beta \frac{\sin A/2}{\sin \Delta/(2p)} e^{-i\Delta/2} e^{i\Delta/(2p)} e^{2\pi(\nu t - l/\lambda)}$$

$p \longrightarrow \infty$:

$$E_\varphi \propto b \frac{\sin \Delta/2}{\Delta/2} \cos\left[2\pi(\nu t - l/\lambda) - \lambda/2\right]$$

$\Longrightarrow$ Beugungsintensität:

$$E_\varphi \propto b^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi}$$

Hauptmax: $k = 0$

Breite: $\frac{2\lambda}{b}$

Minima:

$$\sin\varphi_k = \frac{k\lambda}{b} \qquad k = 1, 2, 3, ...$$

Maxima:

$$\sin\varphi'_k = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b} \qquad k = 1, 2, 3, ...$$

Bild auf Schirm:
Linse mit Brennweite f

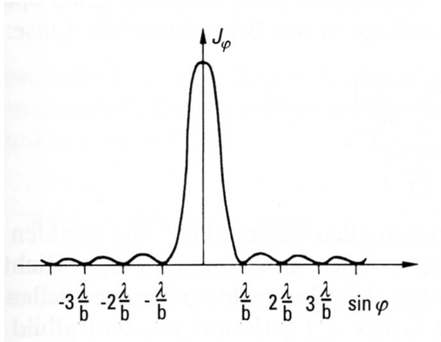

Abbildung 5: Intensitätsverteilung J_φ bei der Beugung monochromatischen Lichtes an einem Spalt. Die Höhe der Maxima ist nicht maßstäblich.

x ... Abstand vom Zentrum des Schirms

$$\tan\varphi = \frac{x}{f} \approx \sin\varphi$$

$$I_x \propto b^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda f}\right)}{\left(\frac{\pi b x}{\lambda f}\right)^2} \qquad \frac{x}{f} \ll 1$$

quadratische Blende:

$$I_{x,y} \propto a^2 b^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda f}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{\pi b y}{\lambda f}\right)}{\left(\frac{\pi a x}{\lambda f}\right)^2\cdot\left(\frac{\pi b y}{\lambda f}\right)^2} \qquad \frac{x}{f} \ll 1$$

Beugung an einer Kreisförmigen Blende:

$$I_\varphi \propto \frac{I_1^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} R\sin\varphi\right)}{\left(\frac{2\pi}{\lambda} R\sin\varphi\right)^2}$$

$I_1(...)$ ... Besselfunktion 1. Ordnung

dunkle Ringe: $r_1 = 0{,}61\,\frac{\mathrm{\lambda f}}{\mathrm{R}}$
$r_2 = 1{,}116\,\frac{\mathrm{\lambda f}}{\mathrm{R}}$
$r_3 = 1{,}619\,\frac{\mathrm{\lambda f}}{\mathrm{R}}$

14.3 Fourier-Trafo

$$E_\varphi \propto \mathrm{Re}\left[e^{i2\pi(\nu t - l/\lambda)}\cdot\int_0^b e^{-i\left(\frac{1}{\lambda}\sin\varphi\right)\cdot\xi}\mathrm{d}\xi\right]$$

$$I_\varphi \propto \left\langle E_\varphi^2\right\rangle \propto b^2 \frac{\sin^2\left(\frac{1}{\lambda}\pi b\sin\varphi\right)}{\frac{1}{\lambda}\pi b\sin\varphi}$$

rechteckige Blende:

$$E(x,y) \propto \mathrm{Re}\left[e^{i2\pi(\nu t - l/\lambda)}\cdot\int\int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi,\eta)\cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x\xi + y\eta)}\cdot\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta\right]$$

mit

$$F(\xi,\eta) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad 0 \le \xi \le b, \quad 0 \le \eta \le a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Frauenhofersche Beugung:
Verteilung der elktr. Feldstärke in Beobachtungsebene = Fourier-trafo der Verteilung in der Ebene des beugenden Objekts × Phasenfaktor

Babinetsches Theroem:
Komplementäre Schirme liefern außerhalb des Bereiches der geometrisch-optischen Abb. die gleichen Beugungserscheinungen