Universität Leipzig, Fakultät für Physik und Geowissenschaften
Vorlesung zur Experimentalphysik III
Wintersemester 2008/2009
Prof. Dr. Josef A. Käs
Vorlesungsmitschrift zur Vorlesung vom 17.11.2008

7.3 Spektren

Höhenstrahlung	:	10^{-15} m	bis	10^{-13} m
Gammastrahlung	:	10^{-13} m	bis	10^{-11} m
Röntgenstrahlung	:	10^{-11} m	bis	10^{-8} m
UV-Strahlung	:	10^{-8} m	bis	10^{-7} m
sichtbar	:	400 nm	bis	700 nm
infrarot	:	10^{-6} m	bis	10^{-5} m
Terraherz	:	10^{-5} m	bis	10^{-3} m
Mikrowelle	:	10^{-3} m	bis	10^{-1} m
Rundfunk	:	10^{-1} m	bis	10^{4} m
Wechselstrom	:	10^{4} m	bis	10^{7} m

Besteht Licht nur aus Strahlung einer Wellenlänge nennt man sie monochromatisch. Dabei gilt:

$$\vec{E}(\omega) = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Für polychromatisches Licht hingegen:

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\epsilon}_0(\omega) e^{i\omega t} \mathrm{d}\omega$$

$$\text{mit} \qquad \vec{\epsilon}_0(\omega) = \vec{E}_0(\omega) e^{i\varphi}$$

$$\vec{\epsilon}_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(t) e^{-i\omega t} \mathrm{d}t$$

7.4 Wechselwirkung mit Medien

7.4.1 Lineare Medien

Wir verwenden die komplexe Schreibweise:

$$\vec{G}(\omega) = e^{i\omega t}$$

die zur physikalischen Größe

$$\frac{1}{2}\left(\vec{G} e^{i\omega t} + \vec{G}^* e^{i\omega t}\right)$$

führt. Für Ladungsfreie Medien gilt dabei: $\rho = 0$.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = i\omega \vec{D} + \vec{\gamma} \qquad \vec{\gamma} = \sigma \vec{E}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

elektr. / magn. Polarisation:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

$$\vec{J} = \mu_0 \chi_m \vec{H}$$

und weiterhin:

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_o \vec{E} \qquad \epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \qquad \mu_r = 1 + \chi_m$$

Wir betrachten das Lorentz-Modell eines linearen dielektr. Mediums:
WW des $\vec{E}$-Feldes auf elastisch gebundene Elektronen im Medium:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{F} = \vec{e} \cdot \vec{E}$$

Verschiebung des e^-:

$$\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{\tau} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t}$$

ω_0	...	Resonanzfrequenz
τ	...	Dämpfungszeit

$$\Longrightarrow \qquad x = \frac{\frac{e}{m}}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + i\frac{\omega}{\tau}} \cdot E_0 e^{i\omega t}$$

$\Longrightarrow \qquad P$ ist das volumenbezogene Dipolmoment

$$\vec{P} = \underbrace{n_0}_{\text{Dipoldichte}} \cdot e\vec{x} = \frac{n_0 e^2}{m} \cdot \frac{1}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + i\frac{\omega}{\tau}} \cdot E e^{i\omega t}$$

$$\chi_e = \frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0} \cdot \frac{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + i\frac{\omega}{\tau}}$$

7.4.2 Energiedichte, Poynting-Vektor und Intensität

elektr. Feld:

$$\omega_e = \frac{1}{2} \epsilon_o \epsilon_r \vec{E}^2$$

magn. Feld:

$$\omega_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \vec{B}^2$$

$$\omega_{em} = \frac{1}{2} \epsilon_o \epsilon_r \vec{E}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \vec{B}^2 = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$

Energiefluss:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad [\vec{S}] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Der Energiefluss ist eine Energie, die pro Zeit durch ein Flächenelement fließt. Die Intensität oder Bestrahlungsstärke ist der Betrag des Energieflusses: $I = |\vec{S}|$
ohne Verluste:

$$P = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_V \omega_{em} \mathrm{d}V = \int_F \vec{S} \mathrm{d}\vec{F} = \int_V \operatorname{div} \vec{S} \mathrm{d}V$$

mit Verlusten:

$$P = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \omega_{em}\mathrm{d}V = \int_V \vec{S}\mathrm{d}V - P_{\text{Verlust}}$$

Verlustleistungsdichte:

$$P_V = \operatorname{div}\vec{S} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_{em}$$

$$P_V = \frac{1}{2}\left\{\vec{E}\cdot\dot{\vec{D}} - \dot{\vec{E}}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\dot{\vec{B}} - \dot{\vec{H}}\cdot\vec{B}\right\} - \vec{E}\cdot\sigma\vec{E}$$

verlustfrei wenn:

$$\vec{E}\cdot\dot{\vec{D}} = \dot{\vec{E}}\cdot\vec{D}$$

$$\vec{H}\cdot\dot{\vec{B}} = \dot{\vec{H}}\cdot\vec{B}$$

$$\sigma = 0$$

homogenes, isotropes (ϵ_r, μ_r Skalare), nichtleitendes ($\sigma = 0$), ladungsfreies ($\rho = 0$), lineares Medium:

$$\Delta\vec{E} + \omega^2\mu_r\epsilon_r\mu_0\epsilon_0\vec{E} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

mit $k^2 = \omega^2\mu_r\epsilon_r\mu_0\epsilon_0$
reelle Lsg:

$$\vec{E} = \vec{E}_0\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$$

Flächenkonstante Phase $\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = const.$

$$c_{Ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r\mu_0\epsilon_0}}$$

im Vakuum:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 3\cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

im Medium:

$$c_{Ph} = \frac{c}{n}$$

$$n = \sqrt{\mu_r\epsilon_r} \quad \text{...} \quad \text{Brechzahl}$$

$$\vec{H} = \frac{\frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}\times\vec{E}_0}{Z}\cdot\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi) \qquad \text{mit} \quad Z = \sqrt{\frac{\mu_r\mu_0}{\epsilon_r\epsilon_0}}$$

$$\vec{S} = \frac{\frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}}{Z}\cdot E_0^2\cdot\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$$

$$\Longrightarrow \rho(\omega) = \frac{\vec{E}^2}{2Z}$$

$$\omega_{em} = \frac{1}{2}(\epsilon_o\epsilon_r\vec{E}_0^2 + \mu_0\mu_r\vec{H}_0^2)\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$$

7.4.3 Ebene Welle im Verlustmedium

Die elektromagnetische Welle bewirkt eine Kraft auf die Elektronen im Medium:

$$\vec{F} = e\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}\times\left(\frac{\vec{k}}{k}\times\vec{E}\right)}{c_{Ph}}\right)$$

$$\Delta\vec{E} + \omega^2\mu_r\epsilon_r\mu_0\epsilon_0\vec{E} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Wir nehmen ein unmagn. Material an: $\mu_r = 1$

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e \qquad \chi_e = \chi_{e1} + \underbrace{i\chi_{e2}}_{Verluste}$$

$$\Longrightarrow \qquad n = \sqrt{1 + \chi_{e1} - i\chi_{e2}}$$

Verlustarm: $\chi_{e1} >> \chi_{e2}$

$$n \approx \sqrt{1+\chi_{e1}} - i\frac{\chi_{e2}}{2\cdot\sqrt{1+\chi_{e1}}}$$

reelle Brechzahl:

$$n_r = \sqrt{1+\chi_{e1}}$$

Absorptionskoeffizient:

$$\alpha = \frac{k_0\chi_{e2}}{\sqrt{1+\chi_{e1}}}$$

$$\Longrightarrow \qquad \vec{E} = \vec{E}_0 e^{-(in_r k_0 + \frac{\alpha}{2})\frac{\vec{k}}{k}\cdot\vec{r}}$$

7.4.4 Zirkular und eben polarisierte Lichtwellen

Die Ausbreitung erfolge in z-Richtung:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(\omega t - kz)}$$

linear	:	$\gamma = 0$	
links zirkular	:	$\gamma = +90°$	$E_{0x} = E_{0y}$
rechts zirkular	:	$\gamma = -90°$	$E_{0x} = E_{0y}$

7.4.5 Unpolarisierte Kugelwelle im Vakuum

$$\Delta E + k^2 E = 0$$

$$E = E_0\frac{\lambda_0}{r}e^{-ikr}$$

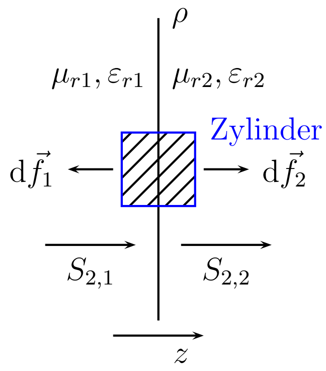

Abbildung 1: Skizze zu den Grenzflächen.

7.4.6 Grenzflächen

$$S_{2,1} = S_{2,2}$$

$$E_{x,1} = E_{x,2} \qquad H_{x,1} = H_{x,2}$$

$$E_{y,1} = E_{y,2} \qquad H_{y,1} = H_{y,2}$$

$$\Longrightarrow \qquad E_{tang1} = E_{tang2} \qquad H_{tang1} = H_{tang2}$$

$$\oint_{\text{Zylinder}} \vec{D}\mathrm{d}\vec{f} = 0$$

$$D_{n,1} = D_{n,2} \qquad B_{n,1} = B_{n,2}$$