

9.2 Grundgrößen

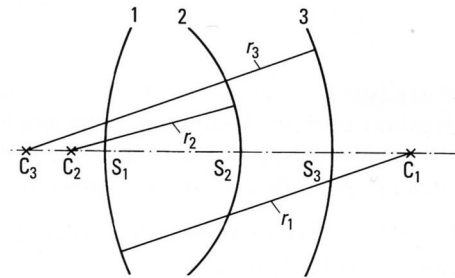


Abbildung 1: Zentrierte Folge brechender Flächen. Die strichpunktierte Gerade durch die Krümmungsmittelpunkte C_i der Flächen wird optische Achse genannt. Sie ist gleichzeitig die Rotationsachse.

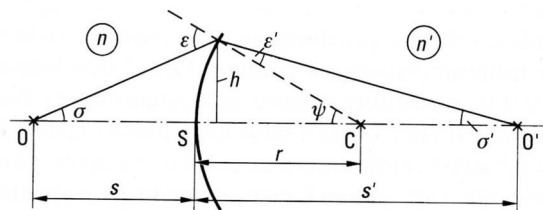


Abbildung 2: Abbildung eines axialen Objektpunkts O durch eine brechende Fläche in den Bildpunkt O' .

Beachte: Objektpunkte im Unendlichen emittieren Parallelstrahlen.

9.2.1 Brennpunkte:

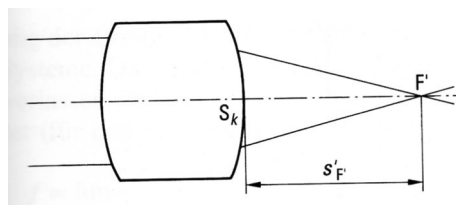


Abbildung 3: Zur Definition des bildseitigen Brennpunktes F' und seiner Schnittweite s'_F .

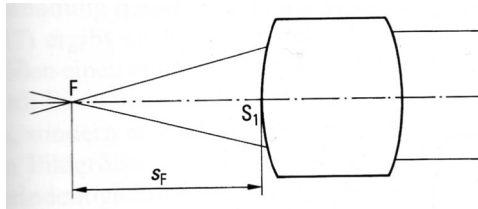


Abbildung 4: Zur Definition des objektseitigen Brennpunktes F und seiner Schnittweite s_F .

9.2.2 Brennweite f :

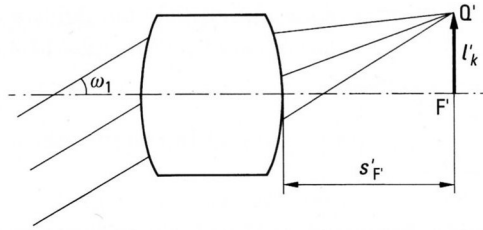


Abbildung 5: Zur Definition der Brennweite f bei unendlich fernem Objekt.

$$f = -\frac{l'_k}{n_1 \omega_1}$$

analog objektseitig:

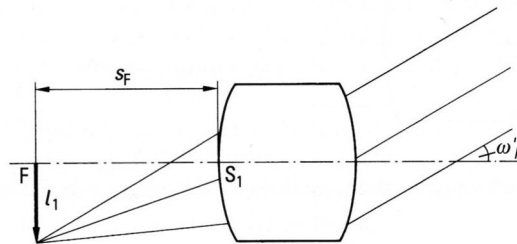


Abbildung 6: Zur Definition der Brennweite f bei unendlich fernem Bild.

$$f = -\frac{l_1}{n'_k \omega'_k}$$

allgemeine Definition:

$$f = -\lim_{\omega_1 \rightarrow 0} \frac{l'_k}{n_1 \tan \omega_1}$$

9.2.3 Hauptpunkte:

Hauptpunkte sind axiale Punkte für die die Bedingung erfüllt ist, dass Objektgröße und Bildgröße nach Betrag und Vorzeichen gleich sind.

9.2.4 Die Listing-Konstruktion:

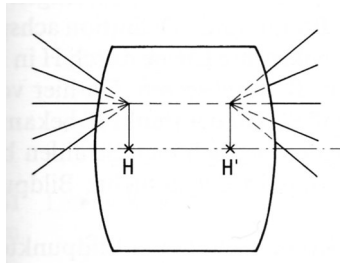


Abbildung 7: Zur Definition der Hauptpunkte H und H' .

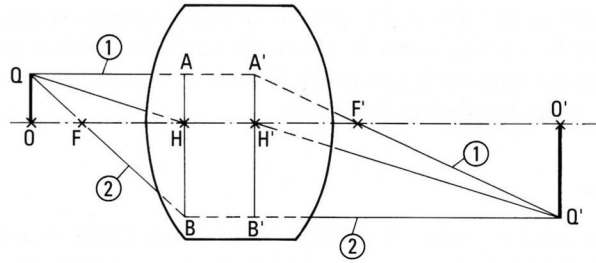


Abbildung 8: Listing-Konstruktion zur grafischen Ermittlung von Bildlage und -größe bei gegebenem Objekt.

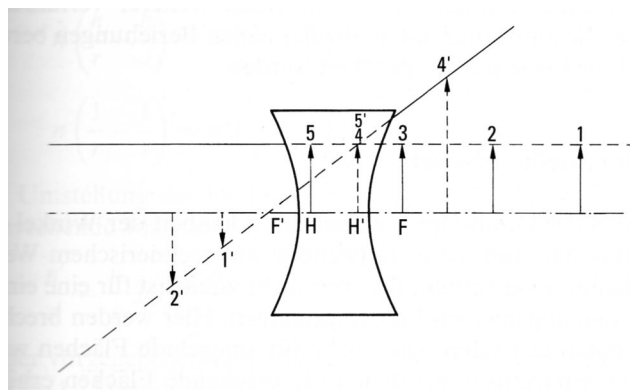


Abbildung 9: Listing-Konstruktion für ein System negativer Brennweite bei verschiedenen Objektlagen.

9.3 Abbildung durch einzelne Flächen

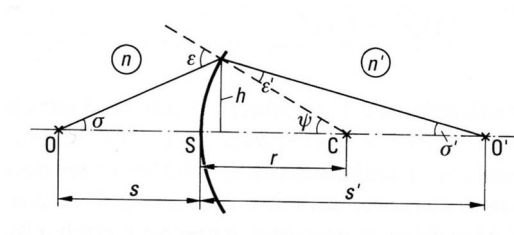


Abbildung 10: Axiale Abbildung durch eine brechende Fläche.

$$h = \sigma s = \sigma' s' = \Psi r \quad \Psi = \sigma + \varepsilon = \sigma' + \varepsilon'$$

Brechungsgesetz:

$$n\varepsilon = n'\varepsilon'$$

$$n(\Psi - \sigma) = n'(\Psi - \sigma')$$

$$n\left(\frac{h}{r} - \frac{h}{s}\right) = n'\left(\frac{h}{r} - \frac{h}{s'}\right)$$

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right)$$

$$\Rightarrow \text{Abbildungsgleichung: } \frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} + \frac{n' - n}{r}$$

\Rightarrow Brennpunkte:

$$s' \rightarrow \infty \Rightarrow s_F = -\frac{nr}{n' - n} \quad s \rightarrow \infty : \Rightarrow s'_F = -\frac{n'r}{n' - n}$$

9.3.1 Maßstäbe

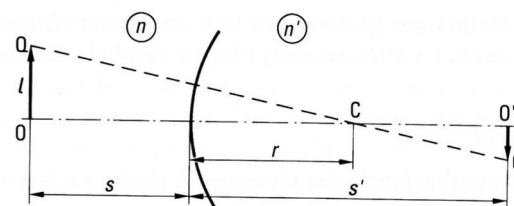


Abbildung 11: Abbildung achsensenkrechter Objekte durch eine brechende Fläche.

Def. des Abbildungsmaßstabes β :

$$\beta = \frac{l'}{l}$$

$$\frac{l'}{l} = \frac{s' - r}{s - r} = \frac{ns'}{n's}$$

$$\beta = \frac{l'}{l} = \frac{ns'}{n's}$$

Winkelvergrößerung:

$$\gamma = \frac{\sigma'}{\sigma}$$

Tiefenvergrößerung:

$$\alpha = \frac{ds'}{ds}$$

Hauptpunkt H, H' :

$$\beta = 1 \quad s_H = s_{H'} = 0$$

Brennweite:

$$f = \frac{r}{n' - n}$$

Brechkraft:

$$q = \frac{1}{f} = \frac{n' - n}{r}$$

s ersetzen durch h :

$$n'\sigma' = n\sigma + h(n' - n)\rho \quad \text{mit} \quad \rho = \frac{1}{r}$$

$$\beta = \frac{n\sigma}{n'\sigma'}$$

9.3.2 $(\nu + 1)$ Abbildungen:

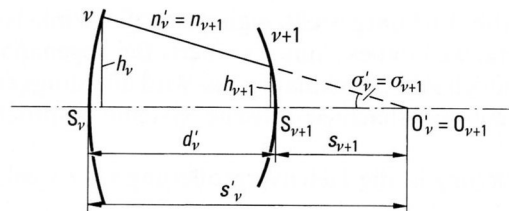


Abbildung 12: Übergang von einer brechenden Fläche zur nächsten bei axialer Abbildung.

$$s_{\nu+q} = s'_\nu - d'_\nu \quad h_{\nu+1} = h_\nu - \frac{n'_\nu \sigma'_\nu d'_\nu}{n'^\nu}$$

9.3.3 Spiegel:

$$n' = -n \quad \implies \quad f_{\text{Spiegel}} = -\frac{r}{2n}$$

$$\frac{1}{2'} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{f}$$

$$\sigma' = -\sigma - \frac{h}{f}$$

9.3.4 Flächenfolge, Gauß-Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 1 & (n' - n)\rho \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_\nu \cdot \begin{pmatrix} n\sigma \\ h \end{pmatrix}_\nu = B_\nu \cdot \begin{pmatrix} n\sigma \\ h \end{pmatrix}_\nu = \begin{pmatrix} n'\sigma' \\ h \end{pmatrix}_\nu$$

B_ν ... Brechungsmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{d'}{n'} & 1 \end{pmatrix}_\nu \cdot \begin{pmatrix} n'\sigma' \\ h \end{pmatrix}_\nu = U_\nu \cdot \begin{pmatrix} n'\sigma' \\ h \end{pmatrix}_\nu = \begin{pmatrix} n\sigma \\ h \end{pmatrix}_{\nu+1}$$

\Rightarrow Reihe von k -Abbildungen:

$$\underbrace{B_k U_{k-1} B_{k-1} \dots B_2 U_1 B_1}_G \cdot \begin{pmatrix} n\sigma \\ h \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} n'\sigma' \\ h \end{pmatrix}_k$$

G ... Gauß-Matrix

$$G \cdot \begin{pmatrix} n\sigma \\ h \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} n'\sigma' \\ h \end{pmatrix}_k$$

$$g_{11}n_1\sigma_1 + g_{12}h_1 = n'_k\sigma'_k$$

$$g_{21}n_1\sigma_1 + g_{22}h_1 = h_k$$

$$\beta_{1\dots k} = \frac{l'_k}{l_1} = \frac{n_1\sigma_1}{n'_k\sigma'_k} \quad \text{Abbildungsmaßstab}$$

$$g_{11} + g_{12} \frac{s_1}{n_1} = \frac{1}{\beta}$$

$$g_{21} + g_{22} \frac{s_1}{n_1} = \frac{s'_k}{n'_k\beta}$$

$$n_k - l'_k = s'_k w'_k$$

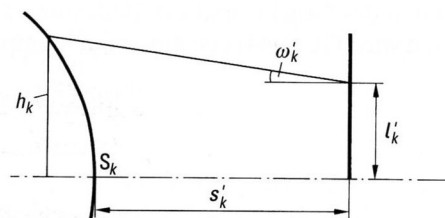


Abbildung 13: Strahlenverlauf im Bildraum bei Abbildung eines außeraxialen, unendlich entfernten Objekts.

$$n'_k w'_k \frac{g_{22} - g_{12} s'_k}{n'_k} - g_{12} l'_k = \underbrace{n_1 w_1}_{\text{konst.}}$$

$$\Rightarrow \frac{s'_k}{n'_k} = \frac{g_{22}}{g_{12}} \quad - \frac{l'_k}{n_1 w_1} = \frac{1}{g_{12}}$$

Vergleich mit einfacher Abbildung:

$$g_{12} = \frac{1}{f} \quad g_{22} = \frac{s'_F}{n'_k f}$$

$$g_{11} = -\frac{s_F}{n_1 f} \quad g_{12} = -\frac{f + s_F s'_F}{n_1 n'_k f}$$

\implies Abbildungsgleichung:

$$\frac{s_1}{n_1} = \frac{s_f}{n_1} + \frac{f}{\beta}$$

$$\frac{s'_k}{n'_k} = \frac{s'_F}{n'_k} - f\beta$$