

### 2.3 Das Vektorpotential

$$\vec{A}(x_1, y_1, z_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{I}(x_2, y_2, z_2)}{r_{12}} dV_2$$

**Vektorpotential eines langen geraden Leiters mit Strom  $I$ :**

(Nicht mit Gleichung oben berechenbar, da das Integral wegen der unendlichen Ausdehnung divergiert.)

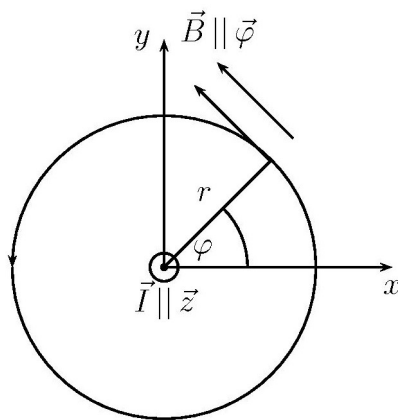


Abbildung 1: Vektorpotential eines Leiters.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \vec{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{-\sin \varphi \vec{x} + \cos \varphi \vec{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{-y\vec{x} + x\vec{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

gut geraten:

$$\vec{A} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(x^2 + y^2) \cdot \vec{z}$$

### 2.4 Feld eines beliebigen stromführenden Drahts

$$j = \frac{I}{s} \quad dV_2 = \int dl \quad \Rightarrow \quad \vec{j} dV_2 = I d\vec{l}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}}{r_{12}}$$

in einem Punkt  $(x, y, 0)$ :

$$d\vec{A} = \vec{x} \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

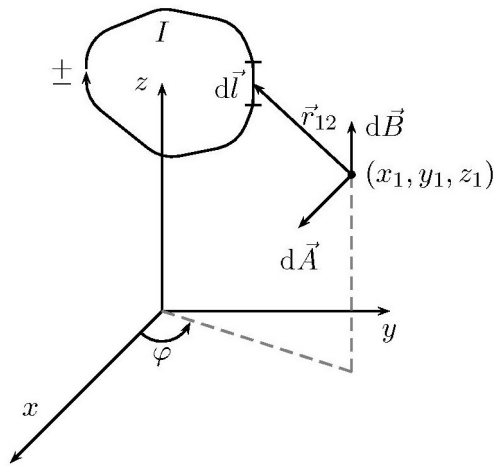


Abbildung 2: Stromführender Draht.

$$\Rightarrow d\vec{B} = \text{rot } d\vec{A} = \vec{z} \cdot \left( -\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) = \vec{z} \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \vec{z} \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin \varphi}{r^2}$$

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}}{r^2}$$

## 2.5 Felder von Stromschleifen und Spulen

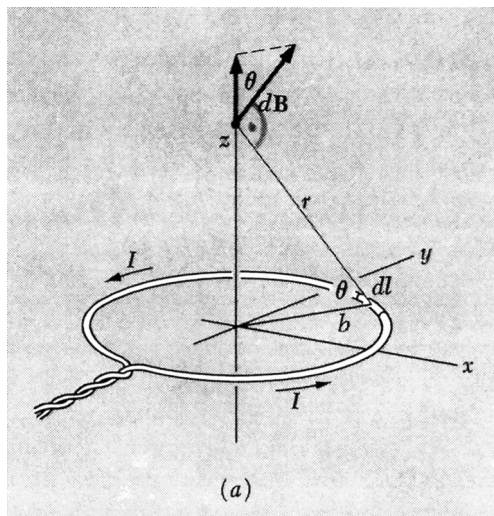


Abbildung 3: Das magnetische Feld eines ringförmigen Stromwegs - Berechnung der magnetischen Induktion.

Feld auf der Achse

$$dB_z = \frac{I dl}{cr^2} \cos \theta = \frac{I dl}{cr^2} \cdot \frac{b}{r} \quad \int dl = 2\pi b$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{b^2}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{b^2}{(b^2 + z^2)^{3/2}}$$

Im Mittelpunkt  $z = 0$ :

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2b}$$

Spule aus vielen eng beieinander liegenden Windungen ( $n$  Windungen pro Länge):

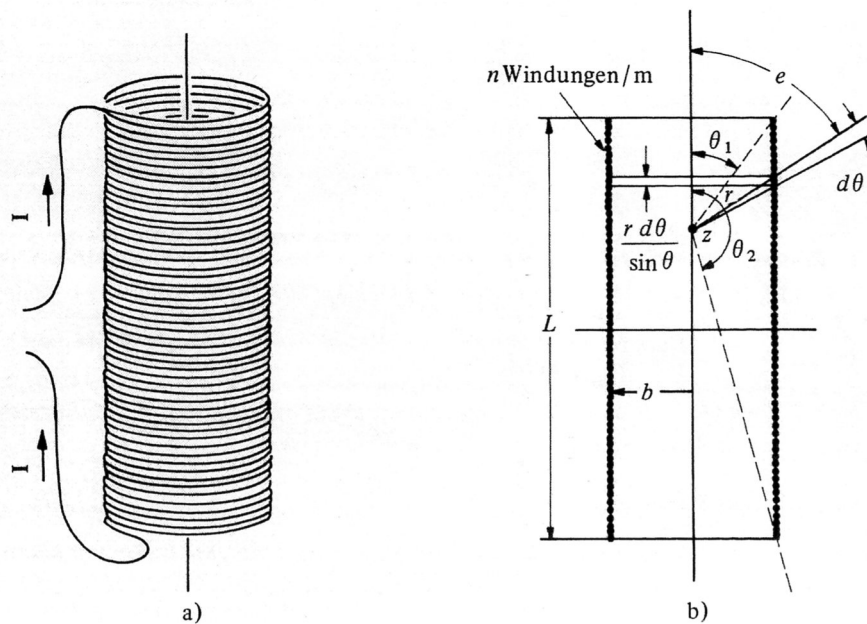


Abbildung 4: a) Spule. b) Berechnung des Magnetfeldes für die Spulenachse.

$$dB_z = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{b^2}{r^3} \cdot \frac{I \cdot n \cdot r}{\sin \theta} d\theta = \frac{\mu_0}{2} I \cdot n \cdot \sin \theta d\theta \quad \text{mit} \quad b = r \sin \theta$$

$$\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0}{2} I \cdot n \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0}{2} I \cdot n \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Unendlich lange Spule:

$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = \pi \quad \Rightarrow \quad B_z = \mu_0 \cdot I \cdot n$$

## 2.6 Hall-Effekt

1879 E. H. Hall

$$evB = -eE_t$$

$\Rightarrow$  Stromfluss, Spannung zwischen oben und unten

$$QE_t = QvB \quad \Rightarrow \quad E_t = vB$$

$$j = nQv \quad n - \text{Ladungsdichte}$$

$$E_t = \underbrace{\frac{1}{nQ}}_{\text{Hall-Koeffizient}} \cdot j \cdot B$$

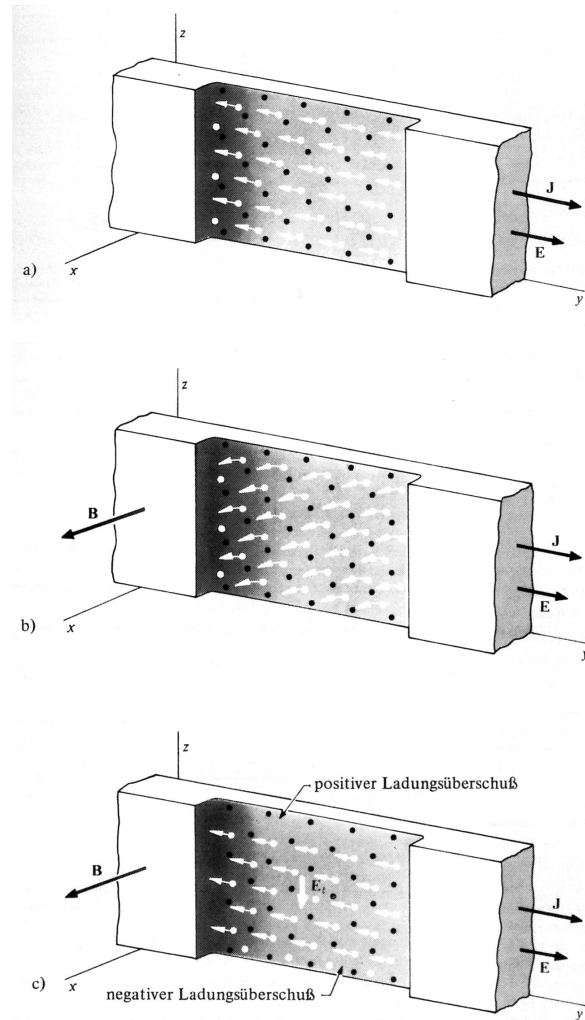


Abbildung 5: Der Halleffekt. a) Ein Strom fließt in einer Metallschiene, von der nur ein kurzer Ausschnitt dargestellt ist. Die Leitungselektronen sind durch weiße Punkte gekennzeichnet, die positiven Ionen des Kristallgitters durch schwarze Punkte. Die Pfeile geben die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  der Elektronen an. b) Ein Magnetfeld in  $x$ -Richtung kommt hinzu und bewirkt (zunächst) eine nach unten gerichtete Ablenkung der bewegten Elektronen. c) Die veränderte Ladungsverteilung ergibt ein elektrisches Querfeld  $E_t$ . In diesem Feld erfahren die positiven Ionen eine nach unten gerichtete Kraft.