

3 Elektromagnetische Induktion

3.1 Bewegung eines stabförmigen Leiters durch ein homogenes Magnetfeld

1831 Faraday:

Ströme in anderen Leitern werden nicht durch stationäre sondern durch zeitlich veränderliche Ströme induziert.

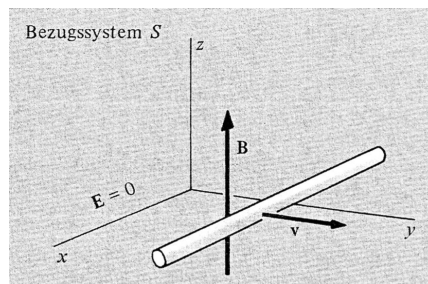


Abbildung 1: Bewegung eines Leiterstabes durch ein Magnetfeld.

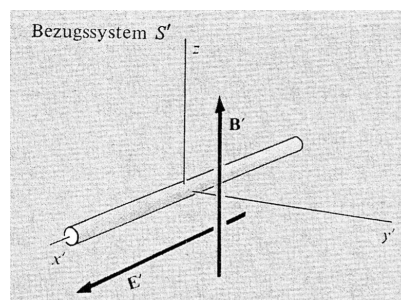


Abbildung 2: Das Bezugssystem S' bewegt sich mit dem Stab; in diesem System gibt es eine elektrische Feld \vec{E}' .

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

stationär $Q\vec{E} = -\vec{F}$

Felder in S' ?

Elektrodynamik:

$$\vec{v} \parallel \vec{x} \quad \beta = v/c \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{aligned}
E'_x &= E_x \\
E'_y &= \gamma (E_y - \beta c B_z) \\
E'_z &= \gamma (E_z + \beta c B_y) \\
cB'_x &= cB_x \\
cB'_y &= \gamma (cB_y - \beta E_z) \\
cB'_z &= \gamma (cB_z + \beta E_y)
\end{aligned}$$

⇒ für mit Leiter mitbewegten System:

$$\begin{aligned}
\vec{B}' &\approx \vec{B} \quad v \ll c \\
\vec{E}' &= -\vec{v}' \times \vec{B} = \vec{v} \times \vec{B}
\end{aligned}$$

3.2 Bewegung einer Schleife in einem inhomogenen Magnetfeld

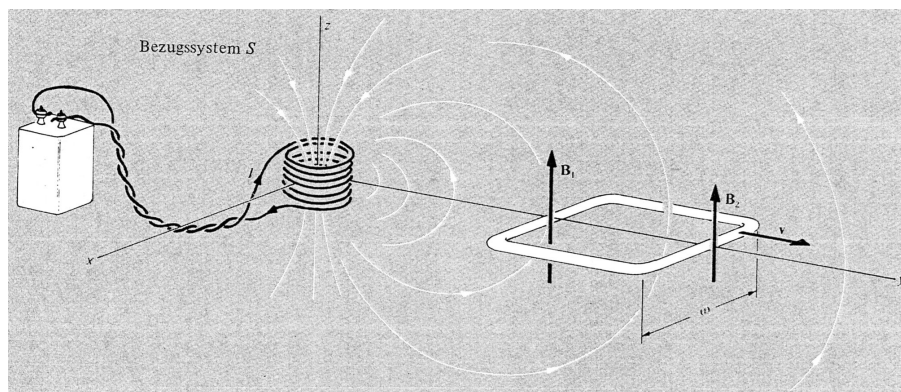


Abbildung 3: Das hier in S beobachtete Feld \vec{B} ist nicht homogen. Es ändert sich sowohl der Richtung als auch dem Betrag nach von Ort zu Ort.

Wie sehen die induzierte Spannung und der induzierte Strom aus? Für die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses gilt:

$$\begin{aligned}
\phi(t) &= \int_A \vec{B} d\vec{A} \\
\phi(t + dt) &= \int_{A+\Delta A} \vec{B} d\vec{A} = \phi(t) + \underbrace{\int_{\Delta A} \vec{B} d\vec{A}}_{d\phi} \\
d\phi &= \int_{\Delta A} \vec{B} d\vec{A} = \int_C \vec{B} \cdot [(\vec{v} dt) \times d\vec{s}] \\
\Rightarrow \frac{d\phi}{dt} &= - \int_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} = - \int_C \frac{1}{Q} \vec{F} d\vec{s} \\
U &= \int_C \frac{1}{Q} \vec{F} d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad U = \int_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s}
\end{aligned}$$

Lenzsche Regel: (Resultat der Korkenzieherregel)

Ein Strom, der in Richtung der induzierten Spannung fließt, erzeugt einen magnetischen Fluss durch die Schleife, der so gerichtet ist, dass er der angenommenen Flussänderung entgegen wirkt.

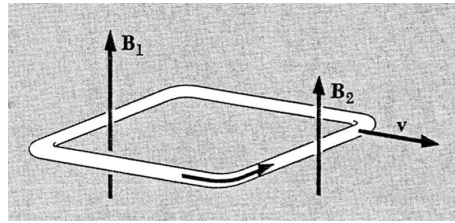


Abbildung 4: Der Fluss durch die Schleife ist nach oben gerichtet und nimmt im Laufe der Zeit ab. Die Pfeile geben die Richtung der induzierten Spannung an, d. h. jene Richtung, in der eine positive Ladung geführt wird.

homogenes Magnetfeld:

$$U = -\frac{d\phi}{dt} = \int_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = -\frac{d \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}}{dt} = 0$$

Generatorprinzip:

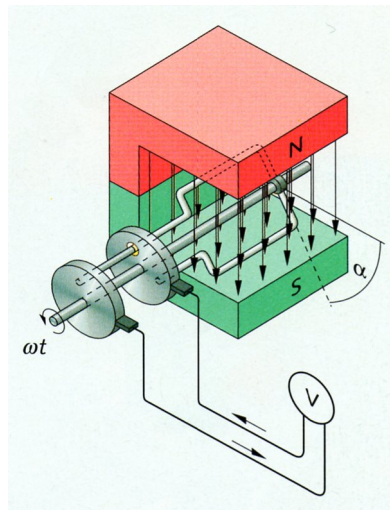


Abbildung 5: Eine Leiterschleife mit Fläche A dreht sich im Feld eines Magneten (Magnetfeldstärke B).

$$B_{\perp \text{ Schleife}} = B \cdot \sin \theta = B \cdot \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \text{magnetischer Fluss: } \phi(t) = A \cdot B \cdot \sin \omega t$$

$$\Rightarrow U = -\frac{d\phi}{dt} = -A \cdot B \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

Beispiel:

$$B = 0,05 \text{ T} \quad A = 0,01 \text{ m}^2 \quad \omega = 30 \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad U_{\text{max}} = 0,094 \text{ V}$$

Gleichstromgenerator:

Im Generator wird der Rotor (auch Läufer genannt) im Inneren des Generators gegenüber dem feststehenden Stator-Gehäuse gedreht. Durch das vom Rotor mit einem Dauermagnet oder einem Elektromagnet (Feldspule oder Erregerwicklung genannt) erzeugte, umlaufende magnetische Gleichfeld wird in den Leitern bzw. Leiterwicklungen des Stators durch die Lorentzkraft

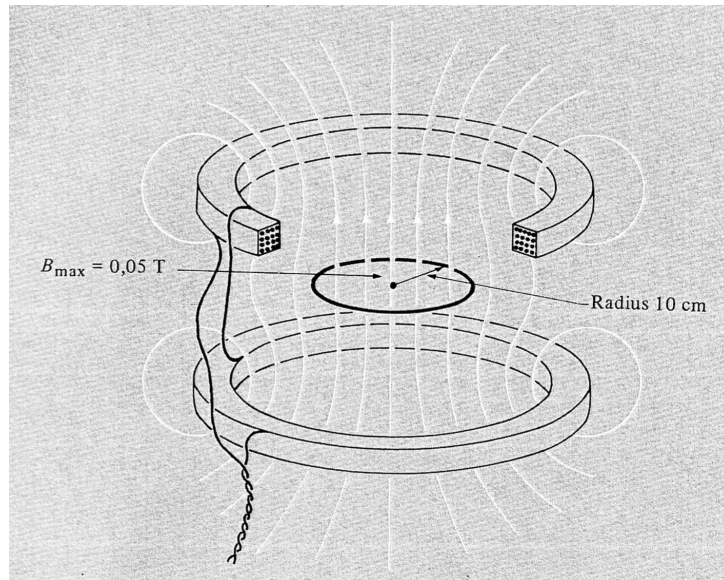


Abbildung 6: Der Wechselstrom in den Spulen erzeugt ein Magnetfeld, das im Mittelpunkt des Systems zwischen dem nach oben gerichteten Maximalwert von $B = 0,05 \text{ T}$ und dem nach unten gerichteten Maximalwert von $B = 0,05 \text{ T}$ schwingt. Zu jedem beliebigen Zeitpunkt ist das Feld innerhalb des Kreises C angenähert homogen.

elektrische Spannung induziert. Bei Gleichstromgeneratoren wird der Strom im Rotor induziert, die Feldspule bzw. der Dauermagnet ist außen. Der generierte Strom wird mit einem Kommutator gleichgerichtet.

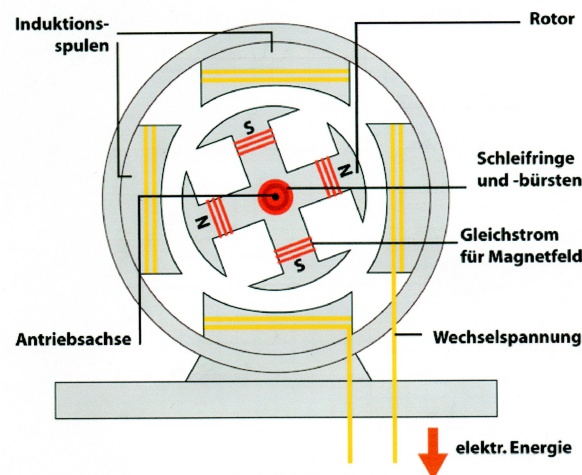


Abbildung 7: Wechselstromgenerator.

Gleichstrommotor:

Selber Aufbau wie Gleichstromgenerator nur Strom durchschieben. Spannung angelegt: U_K

$$\Rightarrow I_A = \frac{U_K - U_{\text{ind}}}{R_A}$$

Leistung:

Wärmeleistung P_W und mechanische Leistung P_{ind}

$$U_K \cdot I_A = \underbrace{I_A^2 \cdot R_A}_{=P_W} + \underbrace{U_{\text{ind}} \cdot I_A}_{=P_{\text{mech}}}$$

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot A \cdot B \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \langle |U_{\text{ind}}| \rangle = -n \cdot A \cdot B \cdot \omega \frac{1}{T} \int_0^T |\sin \omega t| dt = n \cdot A \cdot B \cdot \omega \cdot \frac{2}{\pi} = 4 \cdot n \cdot A \cdot B \cdot \nu$$

$$\Rightarrow I_A = \frac{U_K - 4 \cdot n \cdot A \cdot B \cdot \nu}{R_A}$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{U_K - I_A R_A}{4 \cdot n \cdot A \cdot B}$$