

# Stoß

Ein **Stoß** in der Physik ist eine sehr kurze Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen, Körpern oder eine Kombination daraus. Durch den Stoß ändern sich im Allgemeinen Geschwindigkeiten, Impulse und Energien der Stoßpartner.

Man unterscheidet zwischen einem **elastischen Stoß** und einem **plastischen Stoß** (manchmal auch *inelastisch* oder *unelastisch*, selten auch *anelastisch* genannt). Beim elastischen Stoß wird kinetische Energie von Körper zu Körper weitergegeben, bleibt aber insgesamt als kinetische Energie erhalten. Beim inelastischen Stoß wird dagegen ein Teil der kinetischen Energie in innere Energie umgewandelt.

Die im folgenden aufgeführten Stoßgesetze zur mathematischen Beschreibung wurden in der Zeit zwischen 1651 und 1655 von Christiaan Huygens aufgestellt.

# Ideal elastischer Stoß

Zwei Körper stoßen aufeinander, ohne dass dabei Energie in innere Energie, beispielsweise Wärme oder Deformation, umgewandelt wird. Nach dem Energieerhaltungssatz ist also die Summe der Bewegungsenergien (kinetische Energien) vor dem Stoß gleich der Summe der kinetischen Energien (Bewegungsenergien) nach dem Stoß. Dasselbe gilt nach dem Impulserhaltungssatz auch für die vektorielle Summe der Impulse.

Der ideale elastische Stoß bei makroskopischen Objekten ist ein physikalisches Modell. Aufgrund von Reibung und weiteren Faktoren geht dem System kinetische Energie verloren. Sehr nahe am Modell sind beispielsweise Billard-Kugeln oder ein Gummiball.

Beim Stoß von Atomen und Elementarteilchen gibt es auf Grund der Quantenmechanik eine Mindestenergie, die für eine Anregung eines Atoms oder Teilchens oder die Erzeugung und Umwandlung von Teilchen in der Elementarteilchenphysik benötigt wird. Wird diese Energie nicht erreicht, kommt es zum ideal elastischen Stoß.

Nach Energieerhaltungssatz muss die Summe der kinetischen Energie vor und nach dem Stoß gleich hoch sein:

$$\begin{aligned}\frac{m_1 \cdot |v_1|^2}{2} + \frac{m_2 \cdot |v_2|^2}{2} &= \frac{m_1 \cdot |v'_1|^2}{2} + \frac{m_2 \cdot |v'_2|^2}{2} \\ \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} - \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} &= \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2} - \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} \\ \frac{m_1}{2} \cdot (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) &= \frac{m_2}{2} \cdot (v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2)\end{aligned}$$

Der Impulserhaltungssatz über den Geschwindigkeitsvektoren lautet:

$$(m_1 \cdot v_1) + (m_2 \cdot v_2) = (m_1 \cdot v_1') + (m_2 \cdot v_2')$$

$$(m_1 \cdot \vec{v}_1) - (m_1 \cdot \vec{v}_1') = (m_2 \cdot \vec{v}_2') - (m_2 \cdot \vec{v}_2)$$

$$m_1 \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2 \cdot (\vec{v}_2' - \vec{v}_2)$$

Im Eindimensionalen reichen die beiden Gleichungen aus, um die zwei Unbekannten  $v_1'$  und  $v_2'$  zu berechnen:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$$

# Plastischer Stoß

Beim *unelastischen Stoß* wird ein Teil der kinetischen Energie in innere Energie ( $U$ ) umgewandelt. Wenn diese – was in der Regel der Fall ist – zu einer bleibenden Deformation oder Erwärmung der beteiligten Körper führt, nennt man diesen Stoß auch *plastisch*.

Wiederum gelten die beiden Erhaltungssätze:

vor dem Stoß:

$$E_{kin} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \quad p = m_1 \cdot v_1$$

nach dem Stoß:

$$E_{kin} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2 + m_2 \cdot v_2'^2}{2} + U$$

$$p' = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

# Minitest 6

- Welche mathematische Transformation ergibt ein Beugungsbild?
- Wie verändert sich die breite des Beugungsmaximums wenn ein Beugungsspalt enger wird?

# Fourier-Transformation

Die **Fourier-Transformation** ist eine Integraltransformation, die einer gegebenen Funktion eine andere Funktion (ihre Fourier-Transformierte) zuordnet. Sie ist eng mit der Laplace-Transformation verbunden. In vielen Einsatzgebieten wird sie dazu verwendet, um für zeitliche Signale (z. B. ein Sprachsignal oder einen Spannungsverlauf) das Frequenzspektrum zu berechnen (vgl. Fourier-Analyse).

Allgemein umfasst der Begriff Fourier-Transformation eine Reihe sehr ähnlicher Transformationen, welche Funktionen (auch endliche und unendliche Folgen sind Funktionen) in Frequenzkomponenten oder Elementarschwingungen zerlegen. Auf diese wird weiter unten eingegangen.

Die Fourier-Transformation und ihre Varianten sind in vielen Wissenschafts- und Technikzweigen von außerordentlicher praktischer Bedeutung. Die Anwendungen reichen von der Physik (Akustik, Optik, Gezeiten, Astrophysik) über viele Teilgebiete der Mathematik (Zahlentheorie, Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitstheorie), die Signalverarbeitung und Kryptographie bis zu Ozeanographie und Wirtschaftswissenschaften. Je nach Anwendungszweig erfährt die Zerlegung vielerlei Interpretationen. In der Akustik ist sie beispielsweise die Frequenz-Transformation des Schalls in Oberschwingungen.

Die Fourier-Transformation wurde von dem französischen Mathematiker Jean Baptiste Joseph Fourier im Jahr 1822 in seiner *Théorie analytique de la chaleur* entwickelt.

Die **kontinuierliche Fourier-Transformation** ist eine Form der Fourier-Transformation (FT), die es erlaubt, kontinuierliche, aperiodische Vorgänge in ein kontinuierliches Spektrum zu zerlegen. Oft wird diese Transformation auch einfach als Fourier-Transformation bezeichnet.

Für eine Begriffsklärung, Interpretationen, Hintergrund- und Anwendungsinformationen sowie eine detaillierte mathematische Herleitung sei auf den Artikel zur Fourier-Transformation verwiesen. Hier soll nur kurz die Formel angegeben werden:

Für eine zu transformierende Funktion  $f(t)$  ist die kontinuierliche Fourier-Transformation definiert durch

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

die Rücktransformation (Fouriersynthese) lautet

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)\} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Hierbei ist  $F(\omega)$  das kontinuierliche Spektrum, das die Amplitude jeder Frequenz  $\omega$  aus den reellen Zahlen angibt.

# Wichtige Fourier-Transformations Paare

Signal

$$\exp\left(-\frac{at^2}{2}\right)$$

**1**

Fouriertransformierte Kreisfrequenz

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \exp\left(-\frac{\omega^2}{2a}\right)$$

$$\sqrt{2\pi} \cdot \delta(\omega)$$



## Beispiel

Als Beispiel soll das Frequenzspektrum einer gedämpften Schwingung mit ausreichend schwacher Dämpfung untersucht werden. Diese kann durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$f(t) = x_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_s t) \Theta(t)$$

oder in komplexer Schreibweise:

$$f(t) = x_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \frac{1}{2} (e^{i\omega_s t} + e^{-i\omega_s t}) \Theta(t)$$

Hier ist  $x_0$  die Amplitude und  $\omega_s$  die Kreisfrequenz der Schwingung,  $\tau$ ; die Zeit nach der die Amplitude auf  $1/e$  abgefallen ist und  $\Theta(t)$  die Heaviside-Funktion. Das heißt, die Funktion ist nur für positive Zeiten nicht null.

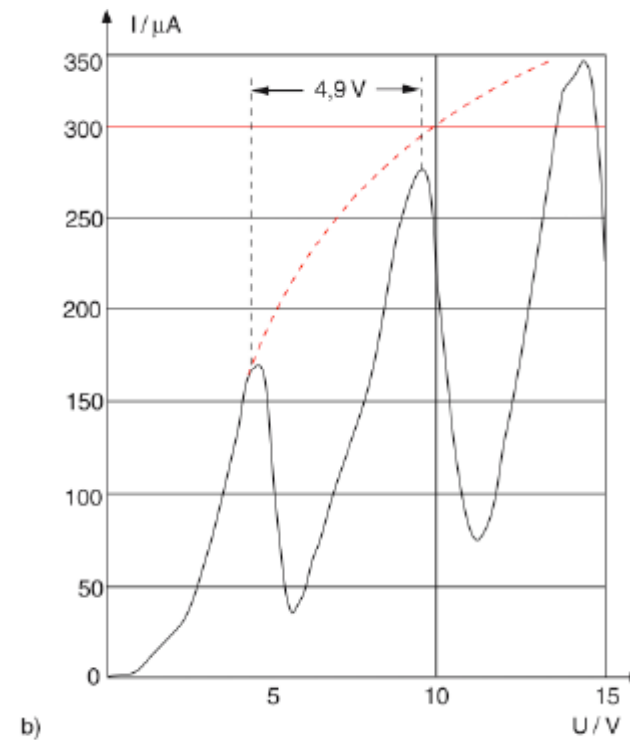
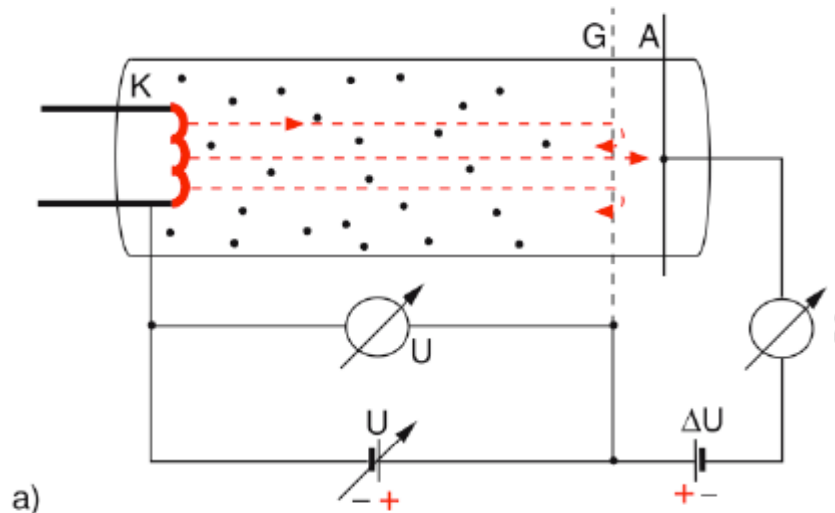
Man erhält

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{x_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{\frac{1}{\tau} + i\omega}{\left(\frac{1}{\tau} + i\omega\right)^2 + \omega_s^2} \end{aligned}$$

# Franck-Hertz-Versuch

Aufbau:

In einer mit Quecksiberdampf bei niedrigem Druck gefüllten Röhre werden von einer *Glühkathode K* Elektronen emittiert die durch ein Gitter *G* auf die Energie  $e \cdot U$  beschleunigt werden. Der *Elektronenabsorber A* wird auf eine Spannung  $U_A = U - \Delta U$  gebracht, so dass *Elektronen* nach durchfliegen des Gitters abgebremst werden und A nur erreichen können, wenn ihre kinetische Energie hinter dem Gitter mindestens  $e \cdot \Delta U$  ist.



- Die Ursache für das Verhalten des Elektronenstroms sind unelastische Stöße der Elektronen mit den  $Hg$ -Atomen; die Elektronen geben kinetische Energie an die  $Hg$ -Atome ab, die diese in Anregungsenergie umsetzen.
- Die kinetische Energie der Elektronen hängt direkt von der Beschleunigungsspannung  $U$  ab. Immer wenn diese Energie gerade der Anregungsenergie  $E_a$  eines  $Hg$ -Atoms entspricht kann Energie auf das  $Hg$ -Atom übertragen werden. Dadurch reicht die dem Elektron verbleibende Energie nicht mehr aus, um über das Gitter hinaus den Absorber A zu erreichen.
- Bei elastischen Stößen kann ein Elektron nur maximal den Bruchteil  $4m_e/m_{Hg} \approx 10^{-5}$  seiner Energie pro Stoß abgeben. Daher ist bei niedrigem Gasdruck in der Röhre der Energieverlust durch elastische Stöße vernachlässigbar.
- Die Elektronenstoßanregung zeigt, dass Atome Energie nur in bestimmten Energiequanten  $\Delta E_i$  aufnehmen können, deren Größe von der Struktur des Atoms und vom momentanen angeregten Zustand der Atome abhängt.
- Die angeregten  $Hg^*$  Atome gehen durch Lichtemission nach sehr kurzer Zeit ( $\approx 10^{-8}s$ ) wieder in ihren tiefsten Energiezustand zurück. Das dabei emittierte Photon hat eine Frequenz  $\nu$ , die gleich der aus spektroskopischen Messungen bekannten Absorptionsfrequenz  $\nu$  ist. Dies zeigt, daß nur der tiefste Energiezustand eines Atoms (Grundzustand) wirklich stabil ist. Die energetisch angeregten Zustände zerfallen nach kurzer Zeit durch Emission eines Photons in tiefere Zustände.