
Mathematische Methoden 2 - Übungsblatt 7

Sommersemester 2014

Abgabe: Die Aufgaben sollen am Dienstag, den 27.05., vor der Vorlesung schriftlich eingereicht werden. Die Besprechung erfolgt am Freitag, den 31.05., in den Übungen.

Internet: Die Übungsblätter sind online verfügbar unter
http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical-Methods_2.SS14.html.

18. Fouriertransformation I

2 Punkte

Sei $\tilde{f}(k)$ die Fouriertransformierte der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Beweisen Sie:

$$\tilde{f}(k) \in \mathbb{R} \quad \forall k \in \mathbb{R} \quad \iff \quad f(x) = f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R} .$$

19. Fouriertransformation II

2 Punkte

Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Funktion $f(x) = |x|^{-1/2}$.

Hinweis: Benutzen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^{\infty} dz e^{iz^2} = \frac{1+i}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} .$$

20. Komplexe Gaußfunktion

4 Punkte

Berechnen Sie explizit das Integral

$$\mathcal{I} = \int_0^{\infty} dz e^{iz^2} .$$

Hinweis: Betrachten Sie die analytische Fortsetzung des Integranden in die komplexe Ebene und wenden Sie den Cauchyschen Integralsatz auf einen geeigneten Kreissektor mit Radius R und Winkel ψ an. Betrachten Sie anschließend den Limes $R \rightarrow \infty$.

21. Ableitung der Stufenfunktion

2 Punkte

Die Stufenfunktion sei mit $\Theta(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$ bezeichnet.

Zeigen Sie, dass $\Theta'(x) = \delta(x)$.

Hinweis: Zeigen Sie, dass die Relation für alle Testfunktionen f gilt und schlussfolgern Sie daraus die Gültigkeit im distributionellen Sinn.