
Mathematische Methoden 2 - Übungsblatt 8

Sommersemester 2014

Abgabe: Die Aufgaben sollen am Dienstag, den 03.06., vor der Vorlesung schriftlich eingereicht werden. Die Besprechung erfolgt am Freitag, den 06.06., in den Übungen.

Internet: Die Übungsblätter sind online verfügbar unter
http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical-Methods_2_SS14.html.

22. Fouriertransformation der Stufenfunktion

2+2 Punkte

Die Stufenfunktion sei mit $\Theta(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$ bezeichnet.

- (a) Bestimmen Sie explizit die Fourier-Transformierte $\tilde{\Theta}(k)$ der Stufenfunktion.
- (b) Beweisen Sie mit komplexer Kurvenintegration die Integraldarstellung der Stufenfunktion

$$\Theta(x) = -\frac{1}{2\pi i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{e^{-ikx}}{k + i\epsilon} .$$

Hinweis: Benutzen Sie das bestimmte Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin(x)}{x} = \pi .$$

23. Integral

4 Punkte

Berechnen Sie explizit das bestimmte Integral

$$\mathcal{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin(x)}{x} .$$

Hinweis: Nutzen Sie komplexe Integration und den Residuensatz.

24. Darstellung der Diracschen δ -Distribution

4 Punkte

Zeigen Sie, dass

$$\delta_n(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin(nx)}{x}$$

im Sinne der Konvergenz der Distributionen gegen die Diracsche δ -Distribution konvergiert.

Hinweis: Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b dx \delta_n(x) = 0$, $\forall 0 < a < b$. Zeigen Sie anschließend, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-a}^a dx \delta_n(x) f(x) = f(0)$ für alle Testfunktionen f .