

---

## Mathematische Methoden 2 - Übungsblatt 11

---

*Sommersemester 2014*

**Abgabe:** Die Aufgaben sollen am Dienstag, den 24.06., vor der Vorlesung schriftlich eingereicht werden. Die Besprechung erfolgt am Freitag, den 27.06., in den Übungen.

**Internet:** Die Übungsblätter sind online verfügbar unter  
[http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical\\_Methods\\_2\\_SS14.html](http://www.uni-leipzig.de/~stp/Mathematical_Methods_2_SS14.html).

### 29. Laguerre Polynome

3+2 Punkte

(a) Beweisen Sie für die Laguerre-Polynome  $L_n(x)$  die Aussage

$$\frac{d}{dx} L_n(x) = - \sum_{k=0}^{n-1} L_k(x).$$

(b) Beweisen Sie für die zugeordneten Laguerre-Polynome  $L_n^\alpha(x)$  das Additionstheorem

$$\sum_{r=0}^n L_r^\alpha(x) L_{n-r}^\beta(y) = L_n^{\alpha+\beta+1}(x+y).$$

Hinweis: Benutzen Sie die erzeugende Funktion der zugeordneten Laguerre-Polynome

$$\sum_{n=0}^{\infty} t^n L_n^\alpha(x) = \frac{1}{(1-t)^{\alpha+1}} e^{-\frac{tx}{1-t}}.$$

### 30. Legendre Polynome

3+3 Punkte

(a) Beweisen Sie, dass für die Legendre-Polynome ungerader Ordnung gilt

$$\int_0^1 P_n(x) dx = \frac{(-1)^{(n-1)/2} (n-1)!}{2^n \left(\frac{n+1}{2}\right)! \left(\frac{n-1}{2}\right)!}.$$

Hinweis: Integrieren Sie die erzeugende Funktion der Legendre Polynome.

(b) Bestimmen Sie die Entwicklungskoeffizienten  $c_k$  der Legendre-Reihe

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k P_k(x)$$

für die Funktion  $f(x) = |x|$ ,  $x \in [-1, 1]$ .