
Quantmechanik - Übungsblatt 3

Sommersemester 2014

Abgabe: Die Aufgaben sollen am Donnerstag, den 24.4. vor der Vorlesung schriftlich eingereicht werden.

Internet: Die Übungsblätter sind online verfügbar unter http://www.uni-leipzig.de/~stp/Quantum_Mechanics.html.

10. Wellenfunktionen

2+2+2+4 Points

Betrachten Sie ein Teilchen in einer Raumdimension, das durch die normierte Wellenfunktion

$$\begin{aligned}\psi(x) &= 2\alpha^{3/2} x e^{-x} & x > 0 \\ &= 0 & x < 0\end{aligned}$$

beschrieben wird.

- Für welchen Wert von x wird die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x) = |\psi(x)|^2$ maximal?
- Berechnen Sie $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x P(x) dx$ und $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 P(x) dx$.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zwischen $x = 0$ und $x = 1/\alpha$ zu finden?
- Berechnen Sie $f(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) e^{ikx} dx$, und verwenden Sie das Ergebnis um $\langle k \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k |f(k)|^2 dk$ und $\langle k^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 |f(k)|^2 dk$ zu berechnen.

11. Orts- Impulsunschärfe

2+2+2 Points

- Berechnen Sie die Normierungskonstante N für die Impulsraum-Wellenfunktion $f(k) = N/(k^2 + \alpha^2)$, so dass $\int_{-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 dk = 1$.
- Berechnen Sie die Wellenfunktion $\psi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{ikx} dk$.
- Skizzieren Sie $f(k)$ und $\psi(x)$, und zeigen Sie dass $\Delta k \Delta x > 1$, unabhängig von der Wahl von α .

12. Gruppengeschwindigkeit

0 Points

Die Relation zwischen der Wellenlänge λ und der Frequenz ν in einem Wellenleiter ist gegeben durch

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\nu^2 - \nu_0^2}} .$$

Was ist die Gruppengeschwindigkeit solcher Wellen?